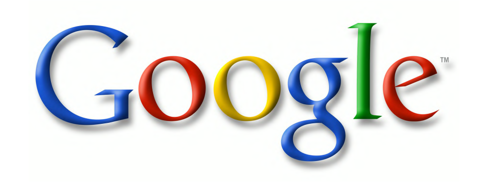



NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 06644324 7



nox Library
AUCTOR PRETIOSA FACIT
lstoin Collection.
Presented in 1884.



L'OUVRIER-MÉCANICIEN

GUIDE

DE

MÉCANIQUE PRATIQUE

PARIS. — J. CLAYE, IMPRIMEUR
RUE SAINT-BENOIT, 7

L'OUVRIER-MÉCANICIEN

GUIDE

DE

MÉCANIQUE PRATIQUE

PRÉCÉDÉ

DES NOTIONS ÉLÉMENTAIRES D'ARITHMÉTIQUE DÉCIMALE
D'ALGÈBRE ET DE GÉOMÉTRIE

INDISPENSABLES POUR L'INTELLIGENCE
ET LA SOLUTION DES DIVERSES APPLICATIONS
QUI Y ONT RAPPORT

AVEC TABLES ET CALCULS

A L'USAGE

des Mécaniciens et Conducteurs de travaux, Agents Voyers
Contre-Maîtres et Directeurs de Filatures, Architectes, Ingénieurs, Manufacturiers
et Industriels en général

PAR

CH. ARMENGAUD JEUNE

Ingénieur civil et Membre de plusieurs Sociétés industrielles.

NEUVIÈME ÉDITION

PARIS

CHEZ LES PRINCIPAUX LIBRAIRES

ET CHEZ L'AUTEUR

A l'Office industriel international pour les brevets d'invention

EN FRANCE ET A L'ÉTRANGER

28, BOULEVARD DE STRASBOURG

1872

BUT ET DIVISION DE L'OUVRAGE

SOIS UTILE.....

En disposant ce recueil (1), l'auteur s'est proposé de rassembler, dans un cadre portatif, et d'embrasser succinctement, les parties éparses des connaissances indispensables aux élèves, aux ouvriers laborieux, aux constructeurs et aux personnes qui se livrent à l'étude pratique des machines et des arts industriels. *L'Ouvrier-Mécanicien*, destiné à servir de vade-mecum à l'industrie manufacturière, réunit les notions principales d'arithmétique décimale, d'algèbre et de géométrie, et conduit successivement à l'intelligence et à l'application des principes et règles de la mécanique et de l'hydraulique de construction.

Ce Guide, essentiellement élémentaire et pratique, est disposé avec une classification méthodique pour faciliter l'étude et la solution des diverses parties dont il traite; il se divise en dix chapitres.

(1) La première édition de l'*Ouvrier-Mécanicien* remonte à 1840.

Ainsi, le chapitre Ier, qui est du ressort de l'arithmétique, explique le système décimal et le système métrique dont la connaissance est une nécessité administrative, et donne les règles pour l'extraction des racines carrées et cubiques des nombres, dont l'usage est fréquent pour calculer la chute des corps, la résistance des matériaux et résoudre les problèmes d'hydraulique.

Le chapitre II renferme les premières notions de l'algèbre pour faciliter l'intelligence des formules. Il faut bien reconnaître que l'algèbre n'est autre que l'arithmétique prise dans un sens général; dans l'une on calcule avec des chiffres dont la valeur est limitée; dans l'autre on opère avec des lettres et signes sans valeur déterminée, et par cela même permettant d'établir des formules générales. Toute la différence est là; cette simple distinction de convention n'a jamais été assez sentie, et de là la peur instinctive du mot *algèbre*.

Le chapitre III contient les règles pour mesurer les lignes, la superficie des corps et leur volume ou capacité et quelques problèmes usuels de géométrie pratique. La géométrie, ainsi circonscrite, trouve naturellement sa place dans ce Guide par la relation directe qu'elle a avec la mécanique.

Le chapitre IV aborde les notions et principes de la mécanique, développe les lois des machines sim-

ples, et comprend les pompes, les machines à élever l'eau, la presse hydraulique, le siphon et les machines à air.

Le chapitre v donne les principales transmissions de mouvements qui, dans les machines, établissent la communication du moteur à l'outil ou à la pièce active.

Le chapitre vi est spécialement consacré aux divers calculs des engrenages, dont l'emploi est si fréquent comme organe de transmission.

Le chapitre vii traite de la résistance des matériaux employés dans les constructions mécaniques, et donne les règles pour déterminer les dimensions des pièces suivant les divers cas de résistance à la rupture.

Le chapitre viii examine les effets de la vapeur, et indique les dimensions des chaudières et de leurs accessoires.

Dans le chapitre ix sont détaillés les divers systèmes de machines à vapeur, ainsi que les calculs de leur effet utile, et le frein de Prony pour vérifier leur puissance réelle.

Enfin le chapitre x, qui termine l'ouvrage, traite plus spécialement des cours d'eau; il résume les diverses roues hydrauliques, et permet de déterminer les dimensions principales de ces roues ainsi que leur puissance effective.

En outre, un grand nombre de tables et de calculs faits sur les poids, les dimensions des tuyaux, tôles, métaux, et des principaux organes mécaniques, rendent ce recueil d'une utilité réelle pour les mécaniciens, les serruriers, les architectes, les ingénieurs et conducteurs de travaux.

L'Ouvrier-Mécanicien, qui a pour objet essentiel de populariser l'étude élémentaire de la mécanique industrielle en la faisant précéder des premières notions indispensables et en la mettant à la portée de toutes les intelligences, a reçu un accueil bienveillant dans les huit précédentes éditions; l'auteur ose espérer la même faveur pour cette nouvelle édition, revue avec soin (1).

(1) Le *Formulaire de l'Ingénieur*, par le même auteur, fait le complément de l'ouvrier-mécanicien et réunit, sous la forme d'un carnet, les formules, tables et données usuelles des agents-voyers, architectes, mécaniciens, ingénieurs et directeurs de travaux.

SIGNES ALGÉBRIQUES USITÉS.

Le signe $+$ signifie *plus*, et indique l'addition. Exemple : $4 + 3$ s'énonce 4 plus 3.

Le signe $-$ signifie *moins*, et indique la soustraction. Comme $4 - 3$ s'énonce 4 moins 3.

Le signe $\times$ exprime *multiplié par*, placé entre deux quantités il indique la multiplication. Exemple : 5×3 s'énonce 5 multiplié par 3.

Le signe $:$ ou $\div$ signifie *divisé par*, et placé entre deux quantités il indique la division. Comme $12 : 4$ ou $\frac{12}{4}$ s'énonce 12 divisé par 4.

Le signe $=$ signifie *égal*, et se place entre deux expressions pour indiquer leur égalité. Exemple : $6 + 2 = 8$ s'énonce 6 plus 2 égale 8.

La réunion des signes $: \,::\, :$ indique une *proportion géométrique*. Exemple : $2 : 3 :: 4 : 6$ s'énonce 2 est à 3 comme 4 est à 6.

Le signe $\sqrt{}$ exprime l'*extraction d'une racine*. Ainsi, $\sqrt{9} = 3$ s'énonce racine carrée de 9 égale 3.

L'interposition d'un chiffre entre l'ouverture du signe $\sqrt{}$ désigne le *degré de la racine*. Ainsi, $\sqrt[3]{64} = 4$ s'énonce racine cubique de 64 égale 4.

Les signes $<$ ou $>$ indiquent *plus petit que* ou *plus grand que*. Exemple : $3 < 4$ signifie 3 plus petit que 4, et $4 > 3$ signifie 4 plus grand que 3.

ABRÉVIATIONS INITIALES

1^{t} = une toise.
$1^{pi.}$ = un pied.
$1^{po.}$ = un pouce.
$1^{lig.}$ = une ligne.
1^{m} = un mètre.
$1^{k.m.}$ = un kilomètre.
$1^{d.m}$ = un décimètre.
$1^{cent.}$ = un centimètre.
$1^{mill.}$ = un millimètre.
$1^{m.q.}$ = un mètre carré.
$1^{m.c.}$ = un mètre cube.
$1^{gr.}$ = un gramme.
1^{k} = un kilogramme.
$1^{kgm.}$ = un kilogrammètre.
1^{l} = un litre.
$1^{h.l.}$ = un hectolitre.
1° = un degré.
$1'$ = une minute.
$1''$ = une seconde.
$1^{atm.}$ = une atmosphère.
Ex. : = exemple.
$1^{ch.-v.}$ = un cheval-vapeur.
π = 3,1416, rapport de la circonférence au diamètre.

A, *a* = axe, arc.
B, *b* = base.
C, *c* = circonférence, coefficient, course.
D, *d* = diamètre, dépense, densité.
E, *e* = espace, épaisseur.
F, *f* = effort, force, rapport du frottement à la pression.
G, *g* = génératrice, = 9,81, accélération de vitesse par seconde due à la pesanteur.
H, *h* = hauteur.
I = intérêt, inclinaison ou pente.
L = longueur ou levier.
l largeur.
M, *m* = moment, masse.
N, *n* = nombre de révolutions, nombre de dents.
P, *p* = pression, poids, pas.
R, *r* = rayon, résistance.
S, *s* = somme, surface, section.
T = travail, et T^{m} = travail moteur.
V, *v* = volume, vitesse.

GUIDE

DE

MÉCANIQUE PRATIQUE

CHAPITRE PREMIER

ARITHMÉTIQUE

SYSTÈME DÉCIMAL

Dans l'ancien système des poids et mesures il n'existait aucune relation suivie entre la livre et ses subdivisions, l'once, le gros, le grain, etc.; entre l'arpent, la perche, la toise, le pied, etc., dont les types mêmes variaient d'une province ou d'une ville à l'autre.

Une telle méthode nécessitait des calculs longs et compliqués, et présentait des difficultés réelles d'appréciation dans les transactions commerciales.

Le nouveau système décimal, dont tout le mécanisme consiste à multiplier ou à diviser les quantités de dix en dix, offre l'immense avantage de simplifier les opérations et de ramener les poids et mesures à un type invariable; aussi son adoption a-t-elle été considérée par l'industrie et le commerce comme une des conceptions les plus ingénieuses de la science moderne.

Le système décimal, qui est la base de nos calculs, repose sur la convention première de faire exprimer à un chiffre, selon le rang qu'il occupe dans un nombre, des valeurs qui suivent une progression croissante ou décroissante décuple, c'est-à-dire dans le rapport de dix en dix.

Nombres entiers. — Considérons un nombre entier quelconque, soit 7684. En vertu de notre numération, tout chiffre placé, dans un nombre entier, à la gauche d'un autre, vaut des unités dix fois plus fortes que le précédent; dès lors le chiffre 4, qui est le dernier vers la droite, exprimant des unités simples, le chiffre 8, qui est immédiatement à sa gauche, exprimera les dizaines, le chiffre suivant 6 indiquera des centaines, et le chiffre 7, qui est le dernier vers la gauche, exprimera des mille, et ainsi de suite. Il résulte de là qu'en avançant successivement de droite à gauche, les unités dont chaque nombre est composé deviennent de dix en dix fois plus grandes.

Nombres décimaux. — Cette simplicité des opérations pour les nombres entiers, et en même temps la difficulté que présentait l'ancien système pour le calcul des parties fractionnaires complexes, ont fait sentir combien il serait utile d'assujettir les subdivisions de l'unité principale à une loi de décroissement uniforme, et l'on y est parvenu en adoptant la subdivision de cette unité en parties de dix en dix fois plus petites qu'on nomme décimales.

Toutefois, il était essentiel de distinguer de la partie entière d'un nombre la partie décimale où l'on s'attache, par opposition, à la progression décuple décroissante que subit, par suite de cette convention, tout

chiffre fractionnaire, selon sa distance à la droite de l'unité; c'est ce que l'on a fait en plaçant une virgule (,) à la droite du chiffre qui représente les unités.

Dans le nombre décimal 4,5923, le chiffre 4 placé à gauche de la virgule indique les unités entières; mais le premier chiffre 5, placé à la droite de la virgule, exprime des parties dix fois plus petites que l'unité et qui prennent le nom de dixième; et le second chiffre 9 indique des parties dix fois plus petites que le précédent, ou cent fois plus petites que l'unité principale, et exprime des centièmes; le chiffre 2, qui le suit, vaut des parties dix fois plus petites que le deuxième et exprime des millièmes; enfin le chiffre 3, qui vient après, indique les dix-millièmes, et ainsi de suite.

En résumé, suivant que la fraction décimale placée à la droite de la virgule contiendra un, deux, trois, quatre ou cinq chiffres, la partie décimale exprimera des dixièmes, centièmes, millièmes, dix-millièmes, cent-millièmes, etc. C'est donc le rang du dernier chiffre à droite de la virgule qui détermine le nom de la décimale.

La position de la virgule dans les nombres décimaux joue un grand rôle; en effet, en la transportant d'un, de deux, de trois rangs vers la droite, on rend le nombre dix fois, cent fois, mille fois plus grand; et, réciproquement, en la transportant d'un, de deux ou trois rangs vers la gauche, on rend le nombre dix fois, cent fois, mille fois plus petit, ce qui simplifie beaucoup les multiplications ou les divisions par 10, 100, 1000, etc.

De même, si un nombre est entier, on le multiplie par 10, 100 ou 1000, etc., en ajoutant à sa droite un, deux, trois zéros, etc.; et on le divise par 10, 100,

1000, etc., en plaçant une virgule à la gauche du dernier chiffre de droite, ou de l'avant-dernier ou du troisième avant-dernier de droite, et ainsi de suite.

Ainsi, par le simple déplacement de la virgule, connaissant le prix de revient de mille kilog., on obtient successivement le prix de cent, de dix ou d'un seul kilog., et réciproquement.

Exemple : Supposons que 1000 kilog. de fer coûtent 550 fr., on obtient 55 fr. 0 pour le prix de 100 kilog., 5 fr. 50 c. pour le prix de 10 kilog., et, 0 fr. 55 c. pour le prix de 1 kilog., en transportant la virgule vers la gauche.

Les observations précédentes font reconnaître la grande simplicité du système décimal qui a servi de base au système métrique ou des poids et nouvelles mesures.

NOUVEAU SYSTÈME

DES POIDS ET MESURES ET VALEUR DES TYPES OU DES UNITÉS PRINCIPALES.

1° Le mètre, unité fondamentale de longueur, équivaut à 0 toise 3 pieds 0 pouce 11 lignes 296.

2° Le gramme, unité principale de pesanteur, est le poids d'un centimètre cube d'eau distillée, et équivaut à 18 grains 83.

3° L'are, unité des superficies, peut être considéré comme la perche métrique; c'est un carré qui a 10 mètres sur chaque côté, et qui contient 100 mètres carrés en superficie.

4° Le litre, unité des liquides et des grains, porte une

capacité qui équivaut à un décimètre de haut, de long et de large, ou à un décimètre cube.

5° Le stère, pour la mesure des bois, est un cube qui a un mètre de haut, de long et de large.

6° Le franc, unité principale des monnaies, est une pièce pesant 5 grammes et composée d'un alliage de 9/10 d'argent pur et de 1/10 de cuivre.

RELATIONS COMPARATIVES DU NOUVEAU SYSTÈME ET DE L'ANCIEN.

RAPPORT des unités principales des nouvelles mesures aux anciennes.		RAPPORT des unités principales des anciennes mesures aux nouvelles.	
1 mètre	= 0,513 toise.	1 toise	= 1,95 mètre.
1 kilog.	= 2,043 livres poids.	1 livre poids	= 0,489 kilog.
1 hectare	= 2,925 arpents de Paris.	1 arpent de Paris	= 0,342 hectare.
1 litre	= 1,074 pinte de Paris.	1 pinte	= 0,93 litre.
1 stère	= 0,26 corde de Paris.	1 corde	= 3,84 stères.
1 franc	= 1,0125 livre monnaie.	1 livre monnaie	= 0,987 franc.

MULTIPLES ET SOUS-MULTIPLES
DU SYSTÈME DÉCIMAL.

En faisant précéder chaque unité du système métrique des mots : *déca, hecto, kilo, myria,* on rend sa valeur de dix en dix fois plus grande.

En plaçant au contraire devant l'unité principale les mots : *déci, centi, milli, dix-milli,* on compose une valeur de dix en dix fois plus petite.

TABLEAU SYNOPTIQUE DES POIDS ET MESURES MÉTRIQUES.

1° *Mesures de longueur.*

MULTIPLES.			SOUS-MULTIPLES.		
1° Mètre, *unité principale.*			1° Mètre, *unité principale.*		
Décamètre, =	10	mètres.	Décimètre, =	10e	du mètre.
Hectomètre,	100		Centimètre,	100e	
Kilomètre,	1000		Millimètre,	1000e	
Myriamètre,	10000		Dix-millimètre,	10000e	

2° *Mesures de pesanteur.*

2° Gramme.			2° Gramme.		
Décagramme, =	10	grammes.	Décigramme, =	10e	du gramme.
Hectogramme,	100		Centigramme,	100e	
Kilogramme,	1000		Milligramme,	1000e	
Myriagramme,	10000		Dix-milligramme,	10000e	

3° *Mesures de capacité.*

3° Litre.			3° Litre.		
Décalitre, =	10	litres.	Décilitre, =	10e	du litre.
Hectolitre,	100		Centilitre,	100e	
Kilolitre,	1000		Millilitre,	1000e	
Myrialitre,	10000		Dix-millilitre,	10000e	

4° *Mesures de surface.*

4° Are.	4° Are.
Hectare, = 100 ares.	Centiare, = 100e de l'are.

5° *Mesures de solidité.*

5° Stère.	5° Stère.
Décastère, = 10 stères.	Décistère, = 10e du stère.

6° *Monnaies.*

6° Franc.		6° Franc.		
1	francs.	Décime, =	10e	du franc.
10		Centime,	100e	
100		Millime,	1000e	

Observations. — L'unité linéaire ou de longueur, le mètre, est constante et peut se vérifier dans tous les temps ; en effet, elle dérive de la longueur de l'arc du méridien terrestre qui mesure la distance du pôle à l'équateur ; cet arc exprimant le quart de la circonférence de la terre, a été trouvé égal à 5,130,740 toises, dont la

dix-millionième partie ou $0^{toise},513$ est la longueur du mètre.

Ainsi, la relation comparative du mètre (nouvelle mesure) à la toise (ancienne mesure) donne 1 mètre = $0^{toise},513$ ou 3 pieds 11 lignes 296/1000.

Le mètre carré est l'unité de surface, comme le mètre linéaire est l'unité de longueur.

Le mètre cube est également l'unité de volume. On arrive ainsi aux relations suivantes :

1 mètre vaut 10 décimètres, ou 100 centimètres, ou 1000 millimètres.

1 mètre carré = 100 décimètres carrés ou 10,000 centimètres carrés.

Ainsi, le centimètre carré est la dix-millième partie du mètre carré.

1 mètre cube = 1000 décimètres cubes ou 1,000,000 centimètres cubes.

Ainsi, le centimètre cube est la millionième partie du mètre cube.

D'après les rapports précédents on a :

$$1 \text{ mètre} = 0^{toise}513,$$

puis 1 toise = $1^{m}95$. Ces deux relations servent à établir le rapport entre les subdivisions du mètre et celles de la toise, *et vice versâ*.

	toise.	pi.po.lig.
En effet, puisque 1 mètre vaut	0,513	ou 3-0-11,296
1 décimètre équivaut à	0,0513	ou 0-3- 8,3
1 centimètre =	0,00513	ou 0-0- 4,43
1 millimètre =	0,000513	ou 0-0- 0,44

Réciproquement,
puisque 1 toise vaut $1^{m}95$,

$$\text{Le pied équivaut à } \frac{1^{m}95}{6} \text{ ou } 0^{m}325^{\text{mill.}}$$

$$1 \text{ pouce} = \frac{0^{m}325}{12} \text{ ou } 0^{m}027^{\text{mill.}}$$

$$1 \text{ pouce} = \frac{0^{m}027}{12} \text{ ou } 0^{m}00225 \text{ ou } 2^{\text{mill.}}25.$$

Les rapports 1 pouce = 27 millim. et 1 pied = 325 millim. sont les mesures qui se présentent le plus souvent à l'ouvrier mécanicien; aussi ces valeurs pourront-elles avoir une influence générale pour faciliter la comparaison entre les dimensions de chaque système (1).

APPLICATIONS. — 1[er] *Exemple :* Une pièce a une longueur de 2 toises 3 pieds 4 pouces; quelle est son évaluation en mètres ?

En réduisant successivement les toises en pieds, puis les pieds en pouces, on trouve que 2 toises 3 pieds 4 pouces valent 184 pouces. Or, un pouce équivaut à 0^{m} 027, donc 184 pouces valent 0^{m} 027 × 184 = 4^{m} 968 millimètres.

2[e] *Exemple :* Une plaque de tôle a 11 pouces 3 lignes

(1) Le pouce anglais, comparé au pouce français, est dans le rapport 25,4 : 27, c'est-à-dire que le pouce français valant 27 mill., le pouce anglais ne vaut que 25 mill. 4. Ce rapport permet d'évaluer, en mesures métriques françaises, une dimension donnée en mesures anglaises. Ainsi, pour évaluer en mètres le diamètre d'un cylindre qui porterait 3 pieds 6 pouces anglais, on réduirait les 3 pieds 6 pouces anglais en pouces, ce qui donnerait 42 pouces; et comme chaque pouce anglais vaut 25 mill. 4, on aurait pour les 42 pouces anglais 25,4 × 42 = 1^{m} 066.

de longueur ; quelle est son évaluation en subdivisions métriques ?

Réduisant les 11 pouces 3 lignes en lignes, on obtient 135 lignes. Or, la ligne vaut 0m00225, donc 135 lignes = 135 × 0,00225 ou 0m279 millimètres.

CONVERSIONS

DES MESURES LINÉAIRES FRANÇAISES.

ANCIENNES EN NOUVELLES.				NOUVELLES EN ANCIENNES.				
1 toise	= 1 mètre	950.		1 mètre	= 3 pi.	0 po.	11 l.	296.
1 pied	0	325.		1 décimètre	0	3	8	33.
1 pouce	0	027.		1 centimètre	0	0	4	43.
1 ligne	0	00225.		1 millimètre	0	0	0	44.

Mesures de superficie.

1 toise carrée	= 3 m. car.	7978.	1 mètre carré	= 0 t. c.	263.
1 pied »	0	1055.	1 décimètre »	0	00263.
1 pouce »	0	0007326.	1 centimètre »	0	0000263.

Mesures de solidité.

1 toise cube	= 7 m. c.	4039.	1 mètre cube	= 0 t. c.	135.
1 pied »	0	03428.	1 décimètre »	0	000135.
1 pouce »	0	00001988.	1 centimètre »	0	000000135.

MESURES DES POIDS.

La nouvelle unité des poids est, comme le mètre, une quantité constante : cette unité, qui est le gramme, équivaut au poids d'un centimètre cube d'eau distillée à la température de 4 degrés centigrades au-dessus de zéro.

Le kilogramme vaut 1000 grammes et équivaut au poids de 1000 centimètres cubes d'eau, ou d'un litre,

qui n'est autre que l'équivalent d'un cube de 1 décimètre de long, de haut et de large (1).

Ainsi un kilogramme égale le poids d'un décimètre cube d'eau.

CONVERSION DES POIDS.

ANCIENS EN NOUVEAUX.

		Grammes.
1 livre	=	489,5 (2)
1 once		031,25
1 gros		003,906
1 grain		000,054

NOUVEAUX EN ANCIENS.

		liv.	onces	gros	grains
1 kilog.	=	2	0	5	35,15.
1/2 kilog.		1	0	2	53,57.
Hectogramme		0	3	2	10,71.
Décagramme		0	0	2	44,27.
Gramme		0	0	0	18,83.

MESURES ANGLAISES

COMRARÉES AUX MESURES FRANÇAISES.

Mesures de longueur.

ANGLAISES.		FRANÇAISES.	
1 inch (1/36 du yard)	=	2 centimètres	540.
1 foot (1/3 du yard)	=	3 décimètres	0479.
1 Yard Impérial (*Unité principale*)	=	0 mètre	914.
1 fathom (2 yards)	=	1 mètre	828.
1 pole ou rod (5 1/2 yards)	=	5 mètres	029.
1 furlong (220 yards)	=	201 mètres	164.
1 mille (1760 yards)	=	1609 mètres	315.

(1) En Angleterre, la livre avoir du poids est généralement employée, comme en France le kilogramme, pour exprimer le poids des machines. Le rapport entre la livre avoir du poids et le kilogramme est comme 0,453 : 1. Ainsi la livre anglaise égale 0 k. 453. Si l'on veut, par exemple, évaluer en kil. le poids d'une machine anglaise de 5457 livres, il suffit de multiplier 5457 par 0 k. 453, le produit 2472 kil. 02 exprime le poids en kil. Le quintal anglais vaut 50 kil. 696, et la tonne anglaise égale 1015 k. 92, c'est-à-dire 20 quintaux anglais.

(2) Ainsi la livre ancienne ne vaut que 0 k. 4895, tandis que le kilogramme équivaut à 2 liv. 0429. Le décigramme (dixième de gramme) équivaut à 1 grain 88; le centigramme (centième de gramme) vaut 0 grain 019, et le milligramme (ou millième de gramme) équivaut à 0 grain 002.

Mesures de longueur.

FRANÇAISES.		ANGLAISES.
1 millimètre	=	0 pouce 039.
1 centimètre	=	0 pouce 3937.
1 décimètre	=	3 pouces 937.
1 mètre	=	39 pouces 37. 3 pieds 281. 1 yard 093.
1 kilomètre	=	0 mille 621.
1 myriamètre	=	6 milles 2138.

Mesures de superficie.

ANGLAISES.		FRANÇAISES.
Le pouce carré anglais	=	6,45 cent. carrés.
Le pied carré anglais	=	9,29 déc. carrés.
1 yard carré	=	0 mètre carré 836.
1 rod (perche carrée)	=	25 mètres carrés 292.
1 rood (1210 yards carrés)	=	10 ares 1167.
1 acre (4840 yards carrés)	=	0 hectare 4046.

FRANÇAISES.		ANGLAISES.
1 mètre carré	=	1 yard carré 196.
1 are	=	0 rood 0988.
1 hectare	=	2 acres 4736.

Mesures de capacité.

ANGLAISES.		FRANÇAISES.
Pint (1/8 de gallon)	=	0 litre 568.
Quart (1/4 de gallon)	=	1 litre 1358.
Gallon impérial	=	4 litres 5434.
Peck (2 gallons)	=	9 litres 0869.
Bushel (8 gallons)	=	36 litres 347.
Sack (3 bushels)	=	1 hect. 090.
Quarters (8 bushels)	=	2 hect. 9078.
Chaldron (12 sacks)	=	13 hect. 085.

FRANÇAISES.		ANGLAISES.
Litre	=	1 pint 761. 0 gallon 2201.
Décalitre	=	2 gallons 201.
Hectolitre	=	22 gallons 01.

Poids.

ANGLAIS.		FRANÇAIS.
Grain (24e de pennyweight)	=	0 gramm, 0647.
Pennyweight (20e d'once)	=	1 » 554.
Once (12e de livre troy)	=	31 » 091.
Livre troy impériale	=	0 kilog. 3731.
Dram (16e d'once)	=	1 gramm. 77.
Once (16e de la livre)	=	28 » 34.
Livre avoir du poids impérial	=	0 kilog. 453.
Quintal (112 livres)	=	50 » 08.
Ton (20 quintaux)	=	1015 » 65.

FRANÇAIS.		ANGLAIS.
Gramme	=	15 grains troy 438. 0 pennyweight 643. 0 once troy 032.
Kilogramme	=	2 livres troy 68. 2 livres avoir du poids 2055.

PUISSANCE DES NOMBRES

ET EXTRACTIONS DES RACINES CARRÉES ET CUBIQUES.

Dans les calculs relatifs aux chutes des corps, à la résistance des matériaux et aux cours d'eau, l'extraction des racines est fréquemment usitée; par suite la connaissance des règles qui y ont rapport devient d'une utilité indispensable.

On appelle en général puissance d'une quantité, cette quantité multipliée un certain nombre de fois par elle-même.

Ainsi $8 \times 8 = 64$, et 64 est le carré ou la deuxième puissance de 8.

La puissance troisième, ou simplement le cube d'une quantité, désigne qu'elle est trois fois facteur. Comme $8 \times 8 \times 8 = 512$, et 512 est le cube de 8.

On appelle en général racine d'un nombre une quantité qui, prise un certain nombre de fois comme facteur, reproduit ce nombre.

Ainsi, la racine carrée ou deuxième d'un nombre indique une quantité qui, multipliée une fois par elle-même, reproduit ce nombre.

Le degré ou l'indice de la puissance est marqué par un chiffre placé à droite et un peu au-dessus du dernier chiffre. Comme 3^2 qui indique que 3 doit être multiplié par 3, dont le produit donne 9.

De même 3^5 indique que 3 doit être multiplié 5 fois ou élevé à sa cinquième puissance pour, après multiplication, produire 243.

La racine se désigne par le signe $\sqrt{}$, et son degré est marqué par un chiffre que l'on place dans l'ouverture de ce V déformé.

Ainsi $\sqrt[2]{64}$ désigne racine deuxième ou racine carrée de 64. Cette racine est 8; car $8 \times 8 = 64$, et la racine multipliée par elle-même reproduit son carré.

La racine cubique ou troisième d'un nombre est une quantité qui, multipliée deux fois par elle-même ou par son carré, reproduit ce nombre. $\sqrt[3]{512} = 8$; or $8 \times 8 \times 8 = 512$, ou encore $64 \times 8 = 512$.

Extraction des racines carrées des nombres entiers. — *Règle :* Pour extraire la racine carrée de tout nombre entier, il faut le diviser en tranches de deux chiffres en commençant par la droite; la dernière tranche à gauche peut ainsi n'avoir qu'un seul chiffre.

On cherche le plus grand carré contenu dans la dernière tranche de gauche, carré qui, étant au-dessous de 100, ne peut donner qu'un seul chiffre à sa racine, comme l'indique le tableau suivant :

Nombres ou racines	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9.
Carrés correspondants.....	1,	4,	9,	16,	25,	36,	49,	64,	81.

Or, les carrés de 1 ou 2 chiffres ne donnent, d'après ce tableau, qu'un seul chiffre à la racine.

On pose la racine trouvée à la place du diviseur, on élève cette racine au carré, et on soustrait ce dernier de la dernière tranche de gauche qui l'a formé. Si cette

tranche n'est pas un carré parfait, on place le reste au-dessous, et on abaisse à sa droite la tranche suivante; on sépare par un point le dernier chiffre à droite de ce dividende partiel, et on divise la partie à gauche par le double de la racine trouvée précédemment; on obtient alors le deuxième chiffre de la racine, que l'on pose à la fois à la droite du premier et à la droite du double de la racine, qui se place successivement au-dessous de la racine. Le produit qui résulte de ce nouveau chiffre de la racine, par le double de la racine, se soustrait du dividende partiel qui l'a formé, et, s'il y a un reste, on abaisse à sa droite la tranche suivante du nombre primitif, et on continue l'opération de la même manière jusqu'à ce que toutes les tranches aient été successivement abaissées.

Opérons sur un exemple : soit à extraire la racine carrée du nombre entier 67081.

	$\sqrt[2]{6.70.81}$	259 racine trouvée.
	4	45 double de la racine 2.
1er reste	27.0	509 double de la racine 25.
2e reste	458.1	
3e reste	000	

Après avoir divisé ce nombre en tranches de deux chiffres à partir de la droite, on cherche le plus grand carré contenu dans 6; ce carré est 4 et sa racine est 2, le carré 4 se place au-dessous de 6, et la racine 2 se pose à la place du diviseur. On retranche 4 de 6, on pose au-dessous le reste 2, et on abaisse à sa droite la tranche

suivante 70, dont on sépare le dernier chiffre à droite 0 par un point. Puis on double la racine 2, et on pose cette racine doublée ou 4 à la place du quotient; on divise alors le premier dividende partiel 27 par 4, et le nouveau chiffre 5 de la racine se place en même temps à la droite du premier chiffre de la racine 2, et à la droite du double de la racine représentée par le chiffre 4.

On multiplie ensuite le nombre 45 par 5, on retranche ce produit du dividende partiel 270 et on place au-dessous le reste qui est 45, on abaisse à la droite de ce reste la dernière tranche 81, dont on sépare par un point le dernier chiffre à droite 1; on double toute la racine 25, on pose 50 au-dessous du premier quotient, et on divise 458 par 50, le nouveau chiffre 9 se place à la droite du dernier chiffre de la racine et du nombre 50, et le produit de 9 par 509 se retranche du deuxième dividende partiel 4581, et ainsi de suite.

Pour vérifier si la racine trouvée 259 est exacte, on la multiplie par elle-même, et elle doit, s'il n'y a pas de reste, reproduire le nombre 67081. S'il y avait un reste, on devrait l'ajouter au carré de la racine pour retrouver le nombre donné.

On reconnaît qu'un chiffre porté à la racine est bon, toutes les fois que le reste est moindre que le double de la racine plus 1.

Mais un chiffre porté à la racine est trop faible, quand le reste surpasse le double de la racine plus 1.

Nombres décimaux. — Pour extraire la racine carrée d'un nombre décimal, il faut, avant d'effectuer l'opération, rendre pair le nombre des décimales, s'il ne

l'était pas, ce que l'on fait en ajoutant ou retranchant un zéro à la droite de la partie décimale; puis on partage le nombre décimal en tranches de deux chiffres, en commençant par la droite comme pour les nombres entiers; la dernière tranche à gauche de la partie entière peut n'avoir qu'un seul chiffre. On opère alors l'extraction sans s'occuper de la virgule que l'on restitue à la racine après l'opération.

Ex. : La racine carrée du nombre décimal 5677,62250, s'écrit $\sqrt[2]{56.77.62.25}$ et le calcul effectué donne 75,35.

D'après cela, on obtient l'extraction de la racine carrée d'un nombre à 1/10, 1/100 ou 1/1000 près, en ajoutant à la droite du nombre entier autant de fois deux zéros que l'on veut obtenir de chiffres décimaux à la racine, et si c'est un nombre décimal, il faut compléter les décimales de manière à avoir autant de tranches que l'on veut obtenir de chiffres décimaux à la racine.

Ex. : La racine carrée du nombre entier 67 à 1/1000 près, s'écrit : $\sqrt[2]{67.00.00.00} = 8,185$.

On détermine la racine carrée d'une fraction ordinaire, en la réduisant en fraction décimale, par la division du numérateur par le dénominateur.

Ex. : Quelle est la racine carrée de la fraction 5/6 à 1/100 près? On a $\frac{5}{6} = 0,8333$, et $\sqrt[2]{0,8333} = 0,91$.

Extraction de la racine cubique d'un nombre entier. — *Règle :* On divise d'abord ce nombre en tranches de trois chiffres en commençant par la droite; la dernière tranche à gauche peut avoir trois, deux ou un seul chiffre; on cherche le plus grand cube contenu dans la tranche de gauche; on en extrait la racine cu-

bique qui ne peut être que d'un seul chiffre, comme l'indique le tableau suivant :

Nombres ou racines cubiques..	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9.
Cubes correspondants........	1,	8,	27,	64,	125,	216,	343,	512,	729.

On porte le chiffre de la racine à la place du diviseur, on cube cette racine, et on soustrait ce cube de la dernière tranche à gauche qui l'a formé. S'il y a un reste, on le pose au-dessous, et on abaisse à sa droite la tranche suivante, dont on sépare les deux derniers chiffres à droite par un point. On divise alors la partie à gauche de ce point par le triple carré de la racine, ce qui donne le deuxième chiffre de la racine; puis on cube la racine, et on soustrait ce cube des deux tranches de gauche du nombre primitif, et, s'il y a un reste, on le place au-dessous du premier dividende partiel, à la droite duquel on abaisse la troisième tranche du nombre donné, dont on sépare par un point les deux derniers chiffres à droite. On divise la partie à gauche du point, par le triple carré de la racine obtenue, ce qui donne le troisième chiffre de la racine, et on continue comme pour le chiffre précédent, jusqu'à ce qu'on ait successivement épuisé toutes les tranches du nombre donné.

Suivons cette règle sur un exemple. Soit à extraire la racine cubique du nombre entier 3,723,875.

$\sqrt[3]{3,723,875}$ | 155

Cube renfermé dans 3 = 1 — 3 triple carré de 1.

1er reste = 27.23 — 675 triple carré de 15.

Cube de 15 = 23 75

2e reste... 3488.75

Cube de 155 = 3723875

3e reste... 0.00.000

Opération : Après avoir divisé ce nombre en tranches de trois chiffres à partir de la droite, on cherche le plus grand cube contenu dans la dernière tranche de gauche représentée par le nombre ou chiffre 3, ce cube est 1, sa racine est aussi 1 ; on pose 1 à la place du diviseur, et on retranche le cube 1 de 3, ce qui donne pour reste 2, que l'on pose au-dessous, et à côté de ce reste on abaisse la tranche 723 dont on sépare les deux derniers chiffres à droite par un point. On forme le triple carré de la racine 1, on obtient 3, et l'on divise le premier reste 27 par ce triple carré 3 ; le chiffre que l'on trouve pour quotient, ou 5, se place à la droite du premier chiffre de la racine.

On cube alors toute la racine 15, on retranche ce cube ou 3375 des deux tranches de gauche du nombre donné ou de 3723 ; le reste 348 se place au-dessous de 2375, et à côté on abaisse la tranche suivante 875, dont on sépare les deux derniers chiffres de droite par un point ; on forme le triple carré de la racine 15, ce qui donne 675, et on divise la partie 3488 du deuxième reste par ce triple carré, ce qui donne le troisième

chiffre 5 de la racine. On forme alors le cube de 155, on le retranche du nombre donné, et si le reste est 0, la racine trouvée 155 provient d'un cube parfait; mais s'il y a un reste, on doit l'ajouter au cube de la racine pour reproduire le nombre proposé.

On reconnaît qu'un chiffre porté à la racine est trop fort quand le cube de la racine ne peut se soustraire des tranches correspondantes dans le nombre donné. Mais le chiffre est trop faible, lorsque le reste de la soustraction n'est pas moindre que le triple carré de cette racine augmenté du triple de cette racine plus 1.

Extraction de la racine cubique d'un nombre décimal a 1/10, 1/100, 1/1000 près, etc. — *Règle :* Il faut disposer les décimales de manière à ce que le nombre contienne le triple des décimales demandées; cela fait, on partage le nombre en tranches de trois chiffres en commençant par la droite, sans s'inquiéter de la virgule, que l'on restitue ensuite à la racine, puis on opère comme pour les nombres entiers.

1er *Ex. :* La racine cubique du nombre décimal 12,5 à 1/100 près s'écrit : $\sqrt[3]{12.500.000} = 2,32$.

2e *Ex. :* La racine cubique de la décimale 0,45 à 1/1000 près s'écrit : $\sqrt[3]{450.000.000} = 0,768$.

Pour extraire la racine cubique d'une fraction ordinaire, on la réduit en fraction décimale. Ainsi, la racine cubique de $\frac{75}{148}$ à 1/100 près devient : $\frac{75}{148} = 0,506756$ et $\sqrt[3]{0.506.756} = 0,79$.

TABLE DES NOMBRES

DE LEURS CARRÉS ET RACINES CARRÉES, DES CUBES ET RACINES CUBIQUES, AINSI QUE DES CIRCONFÉRENCES ET SURFACES DE CERCLE DES MÊMES NOMBRES CONSIDÉRÉS COMME DIAMÈTRES.

NOMBRES ou diamètres	CARRÉS.	RACINES carrées.	CUBES.	RACINES cubiques.	CIRCONFÉRENCES.	SURFACES.
1	1	1,00	1	1,00	3,14	0,7854
2	4	1,41	8	1,26	6,28	3,1416
3	9	1,73	27	1,44	9 42	7,06
4	16	2,00	64	1,58	12,56	12,56
5	25	2 23	125	1,71	15,71	19,63
6	36	2,45	216	1,81	16,85	28,27
7	49	2,64	343	1,91	33,00	38,48
8	64	2,82	512	2,00	25,13	50,26
9	81	3,00	729	2,08	28,27	63,61
10	100	3,16	1000	2,15	31,41	78,54
11	121	3,31	1331	2,22	34,55	95,03
12	144	3,46	1728	2,29	37,70	113,09
13	169	3,60	2197	2,35	40,84	132,73
14	196	3,74	2744	2,41	43,98	153,94
15	225	3,87	3375	2,44	47,12	176,71
16	256	4,00	4096	2,52	50,26	201,06
17	289	4,12	4913	2,57	53,40	226,98
18	324	4,24	5832	2,62	56,55	254,47
19	361	4,36	6859	2,67	56,69	283,53
20	400	4,47	8000	2,71	62,83	314,16
21	441	4,58	9261	2,76	65,97	346,36
22	484	4,69	10648	2,80	69,11	380,13
23	529	4,79	12167	2,84	72,25	415,47
24	576	4,90	13824	2,88	75,40	452,39
25	625	5,00	15625	2,92	78,54	490,87
26	676	5,10	17576	2,96	81,68	538,93
27	729	5,19	19683	3,00	84,82	572,55
28	784	5,29	21952	3,03	87,96	615,75
29	841	5,38	24389	3,07	91,10	660,52
30	900	5,48	27000	3,10	94,25	706,86
31	961	5,57	29791	3,14	97,39	754,77
32	1024	5,65	32768	3,17	100,53	804,25
33	1089	5,74	35937	3,20	103,67	855,30
34	1156	5,83	39304	3,23	106,81	907,92
35	1225	5,91	42875	3,27	109,95	962,11
36	1296	6,00	46656	3,30	113,09	1017,87
37	1360	6,08	50653	3,33	116,24	1075,21
38	1444	6,14	54872	3,36	119,38	1134,11
39	1521	6,24	59319	3,39	122,52	1204,54
40	1600	6,32	64000	3,42	125,66	1256,64
41	1681	6,40	68921	3,44	128,80	1320,25
42	1764	6,48	74088	3,47	131,94	1385,44
43	1849	6,56	79507	3,50	135,09	1452,20
44	1936	6,63	85184	3,53	138,23	1520,53
45	2025	6,71	91125	3,55	141,37	1590,43
46	2116	6,78	97336	3,58	144,51	1661,90
47	2209	6,85	103823	3,61	147,65	1734,95
48	2304	6,93	110592	3,63	150,79	1809,56

NOMBRES ou diamètres	CARRÉS.	RACINES carrées.	CUBES.	RACINES cubiques.	CIRCONFÉRENCES.	SURFACES.
49	2401	7,00	117649	3,66	153.93	1885,74
50	2500	7,07	125000	3,68	157,08	1963,50
51	2601	7,14	132651	3.70	160,22	2042,82
52	2704	7,21	140608	3,73	163,36	2123,72
53	2809	7,28	148877	3,75	166,50	2206,19
54	2916	7,34	157464	3,78	169,64	2290,22
55	3025	7,41	166375	3,80	172,78	2375,83
56	3156	7,48	175616	3,82	175,93	2463,01
57	3249	7,55	185193	3,84	179,07	2551,76
58	3364	7,61	195112	3,87	182,21	2642,68
59	3481	7,68	205379	3,89	185,35	2733,97
60	3600	7,74	216000	3.91	188,49	2827,44
61	3721	7,81	226981	3,93	191,63	2902,47
62	3844	7,87	238328	3,95	194,77	3019,07
63	3969	7,93	250047	3.98	197,92	3117,25
64	4096	8,00	262144	4,00	201,06	3216,99
65	4225	8,06	274625	4,02	204,20	3318,31
66	4356	8,12	287496	4,04	207,34	3421,20
67	4489	8,18	300763	4,06	210,48	3525,66
68	4624	8,24	314432	4,08	213,63	3631,69
69	4761	8,30	328509	4,10	216,77	3739,29
70	4900	8,36	343000	4,12	219,91	3848,46
71	5041	8,42	357911	4,14	223,05	3959,20
72	5184	8,48	373248	4,16	226,19	4071,51
73	5329	8,54	389017	4,18	229.33	4180,39
74	5476	8,60	405224	4,19	232,47	4300,85
75	5625	8,66	421875	4,21	235,62	4417,87
76	5776	8,72	438976	4,23	238,76	4536,47
77	5829	8,77	456533	4,25	241,90	4646,63
78	6084	8,83	474552	4,27	245,04	4778,37
79	6241	8,88	493039	4,29	248,18	4901,68
80	6400	8.94	512000	4.30	251,32	5026,56
81	6561	9,00	531441	4,32	254,47	5153,01
82	6724	9,05	551368	4,34	257,32	5281,03
83	6889	9,11	571787	4,36	260,75	5410,62
84	7056	9,16	592704	4,38	263,89	5541,78
85	7225	9,22	614125	4,39	267,03	5674,50
86	7396	9,27	636056	4,41	270,17	5808,81
87	7569	9,32	658503	4,43	273,32	5944,69
88	7744	9,38	681472	4,44	276,46	6182,13
89	7921	9,43	704969	4,46	279,60	6207,18
90	8100	9,48	729000	4,48	282,74	6361,74
91	8281	9,54	753571	4,49	285,88	6603,89
92	8464	9,59	778688	4,51	289,02	6647,62
93	8649	9,64	804357	4,53	292,17	6972,92
94	8836	9,69	830584	4,54	295,31	6939,79
95	9215	9,74	857375	4,56	298,45	7088,23
96	9025	9,79	884736	4,57	301,59	7238,24
97	9409	9,84	912673	4,59	304,73	7389,83
98	9604	9,89	941192	4,61	307,87	7542.98
99	9801	9,96	970293	4,62	311,02	7682,16
100	10000	10,00	1000000	4,64	314,16	7854,08

NOTA. Il faut observer, dans cette table, que les unités entières des résultats trouvés sont de même espèce que les nombres donnés dans la première colonne.

PROPORTIONS GÉOMÉTRIQUES.

Lorsque l'on compare deux quantités pour connaîtr combien de fois l'une contient l'autre ou y est conti nue, le quotient de la division s'appelle le *rapport géo métrique* des deux quantités.

Ainsi, le rapport géométrique de 15 à 5 est 3. Pa suite de cette comparaison, la première quantité ou 1 s'appelle *antécédent*, la deuxième quantité ou 5 pren le nom de *conséquent*, et toutes deux sont dites les *term* du rapport.

Les deux quantités dont on cherche le rapport gé métrique se séparent par deux points et l'on écrit, : !

Les termes d'un rapport peuvent être multipliés c divisés par une même quantité sans que la valeur so changée.

En effet, si on multiplie par 2 les termes 12 : 4 do le rapport est 3, les nouveaux termes 24 : 8 auroi encore pour rapport 3. Ces mêmes termes 12 : 4, étai divisés par 4, deviennent 3 : 1, dont le rapport e aussi 3.

On appelle proportion géométrique la réunion c quatre quantités dont le rapport des deux premièr égale celui des deux dernières.

Les quantités 12, 4; 21, 7 forment une proportic géométrique parce que le rapport de 12 à 4 est 3, que celui de 21 à 7 est aussi 3.

Pour marquer l'indice de la proportion, on sépa ces quatre quantités ainsi, 12 : 4 :: 21 : 7, et l'c énonce 12 est à 4, comme 21 est à 7.

Le premier terme et le quatrième de la proportic

ou 12 et 7 se nomment les extrêmes, et le deuxième et le troisième ou 4 et 21 s'appellent les moyens.

Le principe d'une proportion géométrique est que le produit des extrêmes est toujours égal au produit des moyens ; il suit de cette propriété que l'on peut toujours déterminer un terme quelconque inconnu d'une proportion quand on connaît les trois autres.

1° Si c'est un terme extrême que l'on cherche, on multiplie ensemble les moyens, et le quotient de ce produit, divisé par le terme extrême connu, exprime l'extrême inconnu.

Ex. : Quel est le terme extrême inconnu de la proportion $20 : 5 :: 32 : x$?

$$x = \frac{5 \times 32}{28} = 8, \text{ terme extrême inconnu.}$$

2° Si c'est un terme moyen qui est inconnu, on multiplie ensemble les extrêmes, puis on divise ce produit par le moyen connu pour avoir celui que l'on cherche.

Ex. : Quel est le terme moyen de la proportion $20 : 5 :: x : 8$?

$$x = \frac{8 \times 20}{5} = 32.$$

— Lorsque quatre quantités forment une proportion géométrique, leurs puissances et leurs racines respectives sont aussi en proportion.

Soit la proportion $4 : 16 :: 25 : 100$ dans laquelle $4 \times 100 = 16 \times 25$. Les carrés de ces termes ou $16 : 256 :: 625 : 10000$ sont aussi en proportion ; car $16 \times 10000 = 256 \times 625$.

De même, les racines carrées de ces termes ou $2 : 4 :: 5 : 10$ sont aussi en proportion; en effet, $2 \times 10 = 4 \times 5$.

— Deux proportions multipliées l'une par l'autre, terme à terme, donnent quatre produits qui forment aussi proportion.

Règles de trois. Les règles de trois ont pour objet de déterminer un terme quelconque d'une proportion dont on connaît déjà trois termes.

On distingue les règles de *trois simples* et les règles de *trois composées*.

La règle de trois simple se subdivise aussi en deux parties : la règle de trois simple dite directe, et la règle de trois simple dite indirecte ou inverse.

Dans la règle de trois simple directe, la relation de la première quantité à la deuxième est dans le rapport proportionnel de la troisième à la quatrième, c'est-à-dire que si la première contient ou est contenue deux fois dans la deuxième, de même la troisième contient ou est contenue deux fois dans la quatrième. Ainsi une quantité et sa relative peuvent toujours être toutes deux ou antécédents ou conséquents, ce qui peut avoir lieu dans la règle de trois simple inverse. C'est la nature du problème à résoudre qui détermine si la règle est directe ou inverse.

1er *Ex. :* 15 hommes produisent sur un balancier un effort de 1000 kil.; combien faudrait-il employer d'hommes, dans les mêmes circonstances, pour produire un effort de 3000 kilogrammes?

On reconnaît d'après cet énoncé que le nombre d'hommes doit augmenter en proportion de la charge,

c'est-à-dire que si la charge double, triple ou quadruple, le nombre d'hommes doit aussi doubler, tripler ou quadrupler, etc. La règle de trois est alors directe, et on écrit :

$$1000 : 3000 :: 15 : x, \text{ d'où } x = \frac{3000 \times 15}{1000} = 45 \text{ hommes.}$$

2e *Ex.* : Une roue, animée d'une vitesse de 50 tours par minute, parcourt un espace de 150 mètres ; quel sera l'espace parcouru par une roue de même grandeur, douée d'une vitesse de 80 révolutions ?

$$50 : 80 :: 150 : x, \text{ d'où } x = \frac{80 \times 150}{50} = 240 \text{ mètres.}$$

Dans ces deux règles de trois simples directes, le troisième terme se rapporte au premier et forme comme lui un antécédent.

Dans la règle de trois simple inverse, au contraire, la relation de la première quantité à la deuxième est dans un rapport inverse de la troisième à la quatrième, et la proportion doit être posée de telle manière que l'une des quantités principales et sa relative forment les extrêmes, tandis que l'autre quantité principale et sa relative forment les moyens.

1re *Ex.* : 20 hommes ont creusé une tranchée en 12 jours; combien faudra-t-il employer d'hommes pour terminer une semblable tranchée en 5 jours.

On reconnaît par cet énoncé qu'il faut d'autant plus d'hommes que le nombre de jours est moindre; la règle de trois est donc inverse, et la proportion se pose ainsi : $5 : 12 :: 20 : x$. Le troisième terme de la proportion ou le deuxième antécédent 20 ne se rapporte pas au pre-

mier 5; mais le conséquent 12 et son relatif 20 forment les moyens, tandis que l'antécédent 5 et son relatif x forment les extrêmes.

On trouve alors $x = \frac{12 \times 20}{5} = 48$ hommes.

2e *Ex.* : Un poids de 12 kil. est placé à l'extrémité d'un bras de levier de 15 centimètres; quel poids faudra-t-il placer à l'extrémité d'un bras de levier de 45 centimètres pour l'équilibrer ?

$$45 : 15 :: 12 : x, \text{ d'où } x = 4 \text{ kil}$$

Règle de trois composée. — Dans cette règle, le rapport de la quantité cherchée à la quantité de même espèce qui entre dans l'énoncé de la question, est donné par plusieurs rapports que l'on ramène à un seul, pour réduire la règle composée à une simple règle de trois.

Ex. : Une roue de 80 centimètres de diamètre et animée d'une vitesse de 30 révolutions par minute parcourt un espace de 175 mètres par minute; quel sera l'espace parcouru pendant le même temps par une roue de 90 centimètres de diamètre animée d'une vitesse de 40 révolutions par minute ?

D'après l'énoncé du problème, on reconnaît qu'il faut avoir égard, pour déterminer l'espace parcouru, au diamètre de la roue et à sa vitesse; la vitesse et le diamètre peuvent donc ne former qu'un seul terme, et comme la règle est directe, on pose ainsi la proportion : $80^c \times 30^t : 90^c \times 40^t :: 175^m : x$, ou $2400 : 3600 :: 175 : x$,

d'où $x = \frac{3600 \times 175}{2400} = 262^m5$, espace parcouru.

Règles d'intérêt. — On obtient l'intérêt annuel d'un capital quelconque en multipliant le capital par le taux de l'intérêt, et en divisant le résultat par 100, ou en séparant par une virgule les deux derniers chiffres du produit.

Ainsi : 1° l'intérêt de 550 francs à 5 pour 100 est de $\frac{550 \times 5}{100} = 27$ fr. 50 c.

2° L'intérêt de 550 fr. à 4 p. 100 est de $\frac{550 \times 4}{100} = 22$ fr.

3° L'intérêt de 550 fr. à 6 p. 100 est de $\frac{550 \times 6}{100} = 33$ fr.

Ayant l'intérêt annuel, on l'obtient par mois en divisant cet intérêt par 12.

Ainsi, la somme 550 fr. qui, à raison de 6 p. 100, rapporte 33 fr. par an, produirait par mois $\frac{33}{12} = 2$ fr. 75 c.

Connaissant l'intérêt annuel d'un capital, on obtient l'intérêt par jour en divisant l'intérêt annuel par 365.

Ainsi, l'intérêt annuel d'un capital de 550 fr. à 6 p. 100. étant de 33 fr., l'intérêt par jour $\frac{33}{365} = 0$ fr. 091.

Connaissant l'intérêt par jour, on l'obtient pour plusieurs jours, en multipliant l'intérêt quotidien par le nombre de jours déterminé. Ainsi, l'intérêt du capital de 550 fr. à raison de 6 p. 100 sera pour 15 jours 0 fr. 091 $\times$ 15 = 1 fr. 365.

3

CHAPITRE II

NOTIONS SOMMAIRES D'ALGÈBRE (1)

EXPOSÉ. — L'algèbre a pour objet de résoudre d'une manière générale et d'après des formules données tous les problèmes relatifs aux quantités ; c'est, en un mot, l'arithmétique généralisée.

En arithmétique, les quantités sont toutes exprimées par des chiffres limités à deux valeurs, celle absolue et celle relative : il en résulte que, pour les problèmes de même espèce mais de données différentes, il faut chaque fois refaire la succession des opérations numériques indiquées par la règle, parce que le résultat, qui diffère suivant les données, ne laisse aucune trace des opérations effectuées.

En effet, quand, par suite d'une ou de plusieurs opérations arithmétiques, on est arrivé à un résultat, 16 par exemple, ce nombre 16 n'indique en aucune manière s'il provient de la multiplication de 4 par 4 ou de 2 par 8, ou de l'addition de 12 avec 4, ou en général de toute autre combinaison ; le résultat arithmétique est donc complétement abstrait.

En algèbre, au contraire, les quantités sont exprimées par des caractères généraux qui, n'ayant aucune valeur

(1) L'étude de ces premiers éléments familiarisera l'intelligence avec les expressions algébriques employées dans le cours de cet ouvrage; mais la définition ou règle qui accompagne chaque formule supplée, au besoin, à cette connaissance.

particulière, sont par cela même susceptibles de prendre toutes les valeurs possibles. Les résultats généraux que donne l'algèbre laissent l'indication des opérations qui y ont conduit, et sont ainsi des formules qui, par la substitution des valeurs numériques aux lettres, permettent la résolution directe et sans tâtonnement du problème.

L'exemple suivant fait comprendre l'avantage de l'algèbre.

Soit à multiplier la somme de deux quantités nommées a et b par la différence de ces mêmes quantités.

Le produit réduit ou simplifié $a^2 - b^2$ (voir l'opération page 45) devient une formule algébrique qui s'applique à toutes les valeurs de a et de b et facilite la solution du problème. En effet, ce résultat indique, une fois pour toutes, que la multiplication de deux quantités par leur différence revient à la différence des carrés de ces quantités.

Si l'on suppose $a = 6$ et $b = 4$, le carré de $6 = 36$, le carré de $4 = 16$; donc $36 - 16$ ou 20 est le produit cherché.

Si $a = 8$ et $b = 5$, on aura également $8 \times 8 = 64$ et $5 \times 5 = 25$; puis $64 - 25 = 39$, produit de la somme des deux quantités par leur différence.

En arithmétique, au contraire, il faudrait à chaque valeur différente de a et de b refaire toutes les opérations.

L'objet principal de l'algèbre est donc de donner des formules qui indiquent clairement les opérations à effectuer pour résoudre les problèmes; et l'essentiel, pour l'élève, est de pouvoir varier ces formules, pour déterminer la valeur de chacune des quantités.

DÉFINITIONS. — L'algèbre se compose de caractères et de signes. Les caractères sont les lettres de l'alphabet; les premières, jusqu'à la lettre v, désignent ordinairement les quantités connues; les lettres x, y, z indiquent généralement les quantités inconnues.

Les signes pour indiquer les opérations algébriques sont comme en arithmétique :

Le signe (+), *plus*, indique l'addition; ainsi, pour ajouter b avec c et d, on écrit pour simplifier $b + c + d$.

Le signe (—), *moins*, désigne la soustraction; pour retrancher b de a, on écrit $a - b$.

Le signe (×), *multiplié par*, désigne la multiplication; pour multiplier a par b, on écrit $a \times b$.

Le signe (:) indique la division; pour diviser a par b, on écrit $a : b$, ou encore $\frac{a}{b}$.

Le signe (=) désigne l'égalité; pour indiquer que a est égal à b, on écrit $a = b$.

ANNOTATIONS ALGÉBRIQUES. — On appelle *coefficient* tout nombre qui précède une quantité, pour désigner combien de fois elle doit être ajoutée à elle-même; comme $3\,m$ qui simplifie et remplace $m + m + m$. Toute lettre qui n'a pas de coefficient est censée avoir l'unité pour coefficient; ainsi $c = 1\,c$, et $c + c = 2\,c$.

On appelle *exposant* un nombre qui, placé à la droite et un peu au-dessus d'une quantité, indique combien de fois elle doit être multipliée par elle-même, comme b^3, qui indique et simplifie $b \times b \times b$. Toute lettre qui n'est pas accompagnée d'un exposant est censée avoir pour exposant l'unité : ainsi b est la même chose que b^1

Les parties d'une quantité, séparées par les signes + ou — s'appellent *termes*.

Les termes sans signes ou précédés du signe + sont *positifs;* ceux accompagnés du signe — sont *négatifs*.

Une quantité composée d'un seul terme s'appelle *monome*, ainsi $-c$ ou $+ mdf$ sont deux monomes.

Une quantité composée de deux, trois ou plusieurs termes prend le nom de *binome, trinome, polynome.* Ainsi $ab - c$ est un binome; $ab - cf + g$ est un trinome; $mn + g - h + fr$ est un polynome.

Les quantités sont dites *semblables*, quand elles ont les mêmes lettres, les mêmes exposants, et qu'elles ne diffèrent que par les signes et les coefficients; les termes $bc - 6bc + 3bc$ sont semblables.

On opère en algèbre sur les lettres comme en arithmétique sur les nombres : ainsi on les ajoute, on les soustrait, on les multiplie, on les divise, etc.

ADDITION.

Pour ajouter ou réunir plusieurs quantités semblables, on fait précéder la lettre commune d'un coefficient qui exprime combien de fois cette quantité doit être ajoutée. Pour ajouter b à une même quantité b, on écrit $2b$; de même pour réunir c à $2c$ et à $3c$, on écrit $6c$.

Quand les quantités sont dissemblables, on ne fait qu'indiquer l'addition au moyen du signe +. Ainsi pour ajouter d avec m et b on écrit $d + m + b$; pour additionner a avec b et a on écrira, après réduction, $2a + b$.

L'addition des polynomes s'effectue en ajoutant les coefficients et en réunissant en une seule les quantités semblables. Ainsi, le résultat de l'addition des quantités

$6a + 4c + 2b + 5a + 2c + 3b$ donne $11a + 6c + 5b$.

Lorsque dans l'addition à effectuer, il existe des quantités positives et des quantités négatives semblables, on ajoute ensemble les coefficients des quantités positives semblables, puis ceux des quantités négatives de même espèce; on soustrait le plus petit coefficient du plus grand, on donne à la différence le signe du plus grand, et on met à la suite de cette réduction les quantités dissemblables avec leurs signes.

Ainsi pour réunir : $6a - 2b + 5d + 4a + 7d - c - 2a - 3d$, on prend ensemble $+ 6a + 4a$ ou $10a$ dont on retranche $- 2a$, et il reste après réduction, $+ 8a$; on ajoute de même $+ 5d + 7d$ ou $12d$ dont on soustrait $- 3d$, ce qui donne $+ 9d$, et l'on a pour somme réduite ou simplifiée, $8a + 9d - 2b - c$. Cette simplification s'appelle réduction des termes semblables.

Ex. : $12a + 6b - 4a - 4b = 8a + 2b$.

SOUSTRACTION

La règle générale pour effectuer la soustraction des quantités algébriques consiste à changer les signes de tous les termes de la quantité à soustraire, mais on conserve toujours entre la quantité principale et la quantité à soustraire le signe (—) qui indique l'opération.

Pour retrancher b de a on écrit simplement $a - b$.

Pour soustraire une quantité semblable d'une autre, l'opération s'effectue sur les coefficients; ainsi $6c - 4c = 2c$.

Si la quantité à retrancher d'une autre semblable est

plus grande que la quantité principale, le reste est négatif : ainsi $4c - 6c = -2c$.

Lorsque la quantité à soustraire est composée de plusieurs termes, on suit la règle générale : le résultat de la soustraction de $(8a - 3b + c)$ dont on retranche $(7m - 2d + f)$, devient $8a - 3b + c - 7m + 2d - f$.

Quand le reste de la soustraction contient des termes semblables, on en fait la réduction.

Ex. : Soit à soustraire de la quantité $(4a + 2b - 5c)$ la quantité $(3a - b + 3c)$.

Le résultat, d'après la règle, est d'abord $4a + 2b - 5c - 3a + b - 3c$, puis après réduction, il se simplifie ainsi : $a + 3b - 8c$.

MULTIPLICATION.

On distingue la multiplication des monomes et celle des polynomes.

La multiplication des monomes ou d'un terme par un terme comprend quatre règles : 1° la règle des lettres, qui consiste à les écrire à la suite l'une de l'autre sans interposition de signes. Ainsi, pour multiplier a par b, on écrit simplement ab.

2° La règle des coefficients qui consiste à les multiplier l'un par l'autre, comme en arithmétique; le produit de $5d$ par $2f$ égale $10df$.

3° La règle des exposants, qui consiste à les ajouter; ainsi le produit de a par $a = a^2$, comme celui de $b \times b^2 \times b^4$ donne b^7. Cet exposant 7 simplifie $b \times b \times b \times b \times b \times b \times b$.

4° La règle des signes; cette règle exige que le signe du produit soit positif toutes les fois que les signes à

multiplier l'un par l'autre sont semblables, et négatif quand les signes des facteurs sont différents. Ainsi :

$+ ab \times cb = + acb^2$, de même $- ab \times - cb = + acb^2$, mais $+ ab \times - cb = - acb^2$, et $- ab \times + cb = - acb^2$.

En appliquant ces quatre règles à la multiplication des deux monomes $+ 5a^3b^2c$ et $- 3a^2bc^3$, on obtient pour produit $- 15a^5b^3c^4$. Pour effectuer cette multiplication, on commence par les signes qui, étant différents, donnent au produit le signe —, puis on multiplie les coefficients 5 et 3 qui donnent 15, le produit de a^3 par $a^2 = a^5$, celui de b^2 par $b = b^3$, et celui de c par $c^3 = c^4$.

De même le produit de $2bd^2f$ par cdf^2 serait $2bd^3f^3c$.

Multiplication des polynomes. — Dans cette multiplication il faut, comme en arithmétique, placer le multiplicateur sous le multiplicande, puis multiplier successivement chacun des termes du multiplicande par chacun des termes du multiplicateur, en observant les règles des monomes et en faisant sur le produit la réduction des termes semblables. L'opération peut du reste se faire en allant de gauche à droite ou réciproquement.

1er *Ex.* : Soit à multiplier $2a + b$ par $c + d$.

On écrit

$$\begin{array}{r} 2a + b \\ c + d \\ \hline 2ca + cb \\ 2da + db \\ \hline \end{array}$$

Produit $= 2ca + 2da + cb + db$.

Pour effectuer cette opération, on multiplie $2a$ par c, ce qui donne $2ca$, puis b par c, ce qui donne cb; l'expression $2ca + cb$ est le premier produit partiel; on multiplie ensuite $2a$ par d, ce qui donne le premier terme $2da$ du deuxième produit partiel, puis b par d, ce qui donne db. Le produit total se compose de la somme des produits partiels et devient $2ca + 2da + cb + db$.

2e *Ex.* : Soit à multiplier la somme de deux quantités a et b par leur différence $a - b$.

$$\begin{array}{r} a + b \\ a - b \\ \hline \text{Produit} = a^2 + ab - ab - b^2. \end{array}$$

Or, $+ ab$ et $- ab$ se détruisent, et le produit $= a^2 - b^2$ ou égale la différence des carrés des quantités données.

Ce produit n'est autre qu'une formule algébrique qui indique une fois pour toutes que le produit de la somme de deux quantités par leur différence égale la différence des carrés de ces quantités. Or, cette formule évite de recommencer chaque fois l'opération; elle indique que pour ce problème, quelles que soient les valeurs de a et de b, il suffit de retrancher le carré de la deuxième quantité du carré de la première.

Si $a = 6$ et $b = 4$, on aura de suite $a^2 - b^2$ ou $36 - 16 = 20$, tel est le produit; c'est ici une application de l'importance des formules algébriques.

En arithmétique, par l'absence de cette formule, il faudrait à chaque valeur différente de a et b refaire la multiplication de la somme par la différence pour obtenir la solution du problème.

DIVISION.

La division algébrique se subdivise en division des monomes et division des polynomes.

La division des monomes comprend, comme la multiplication, la règle des lettres, la règle des coefficients, celle des exposants et celle des signes :

La règle des lettres consiste à supprimer dans le quotient les lettres communes au dividende et au diviseur.

La division de ab par bc donne pour quotient $\frac{a}{c}$.

Quand il n'y a aucune lettre commune, la division n'est pas exécutable; elle ne fait que s'indiquer, en disposant le dividende et le diviseur sous forme de fraction; ainsi $bf : gh$ s'écrit $\frac{bf}{gh}$.

La règle des coefficients suit la division arithmétique, ainsi $15a : 5b = \frac{3a}{b}$.

La règle des exposants consiste à retrancher les exposants du diviseur de ceux du dividende; ainsi $a^5 : a^2 = a^3$ comme $b^3c^2 : bc = b^2c$.

Cependant, si l'exposant est le même dans le diviseur que dans le dividende, le quotient est égal à l'unité : ainsi $a^4 : a^4 = 1$.

La règle des signes consiste à donner au quotient le signe + quand les signes du dividende et du diviseur sont les mêmes, et le signe — quand les signes sont différents. Ainsi $+a : +b = +\frac{a}{b}$ de même $-a : -b = +\frac{a}{b}$

mais $+ a : - b = - \frac{a}{b}$ comme $- a : + b = - \frac{a}{b}$.

En appliquant ces quatre règles à la division des monomes, on obtient les résultats suivants :

1° Soit à diviser $12 a^4 b^3 c^5$ par $- 4 a^3 b^4 c^3$.

Les signes étant différents, le signe du quotient sera négatif ou —, le quotient de 12 par 4 = 3, le quotient a^4 par $a^3 = a$, celui de b^3 par $b^4 = b^{-1}$, parce que le diviseur est plus grand que le dividende, et $c^5 : c^3 = c^2$; par suite le quotient total est $- 3 a b^{-1} c^2$.

2° Soit à diviser le monome $25 b^7 c^3 f$ par le monome $5 b^6 c g$, le quotient $= \frac{5 b c^2 f}{g}$.

Division des polynomes. Pour diviser un polynome par un monome, il faut diviser chaque terme du dividende par le diviseur, en observant les quatre règles de la division des monomes.

Soit $20 a^3 b^2 + 6 b^5 - 8 a^2 b^6$ à diviser par $2 b^2$.

On pose le diviseur à la droite du dividende et le quotient au-dessous du diviseur comme en arithmétique.

$$\text{Divid. } 20 a^3 b^2 + 6 b^5 - 8 a^2 b^6 \;\Big|\; \begin{array}{l} 2 b^2 \text{ diviseur.} \\ \hline 10 a^3 + 3 b^3 - 4 a^2 b^4 \text{ quot.} \end{array}$$

— Pour diviser un polynome par un polynome, on dispose les termes du dividende et du diviseur de manière à ce que l'exposant d'une même lettre commune diminue de gauche à droite ; cette disposition, qui s'appelle ordonner une quantité suivant les puissances descendantes d'une même lettre, étant faite, on divise le premier terme du dividende par le premier terme du diviseur, et on écrit ce quotient sous le diviseur. On

multiplie successivement tous les termes du diviseur par le quotient, et on porte les produits sous le dividende, en observant de changer leur signe pour effectuer la soustraction. On fait alors la réduction des termes semblables, puis on écrit au-dessous le reste qui doit être considéré comme un nouveau dividende partiel, on continue la division du premier terme de ce dividende partiel par le premier terme du diviseur pour avoir le deuxième terme du quotient et ainsi de suite.

Cette manière d'opérer est la même qu'en arithmétique, à la seule exception qu'au lieu de faire, à chaque produit du quotient par le diviseur, la soustraction du dividende, on écrit tous les produits sous le dividende, pour ne les soustraire qu'en dernier.

Opérons sur un exemple : Soit à diviser le polynome $-13a^2b^2 + 8a^4 - 3ab^3 - 2a^3b$ par le polynome $5ab + 4a^2 + b^2$.

Le terme $8a^4$ ayant la lettre commune a affectée du plus fort exposant, on ordonne le dividende et le diviseur suivant cette lettre, et l'on pose la division ainsi :

Dividende.	$8a^4 - 2a^3b - 13a^2b^2 - 3ab^3$	$4a^2 + 5ab + b^2$ divis.
Prod. du divis. par le		$2a^2 - 3ab$ quotient.
1er terme du quot.	$-8a^4 - 10a^3b - 2a^2b^2$	
1er divid. partiel.	$-12a^3b - 15a^2b^2 - 3ab^3$	
Prod. du divis. par le		
2e terme du quot.	$+12a^3b + 15a^2b^2 + 3ab^3$	
Reste.... =	0	

Le quotient de $8a^4$ par $4a^2$ devient $2a^2$. On effectue le produit de tout le diviseur par ce terme du quotient et le produit $8a^4 + 10a^3b + 2a^2b^2$ s'écrit sous le dividende; on change tous les signes de ce produit que l'on soustrait du dividende, et on pose en dessous, après

réduction des termes semblables, le premier dividende partiel $-12\,a^3b - 15\,a^2b^2 - 3\,ab^3$. On divise le premier terme de ce dividende ou $-12\,a^3b$ par le premier terme $4\,a^2$ du diviseur, et le quotient $-3\,ab$ est le deuxième terme que l'on pose à la suite du premier. On effectue la multiplication de tout le diviseur par le deuxième terme du quotient, on place le produit sous le premier dividende partiel, on effectue la soustraction par le changement des signes, et après réduction des termes semblables, on obtient 0 pour reste; donc le diviseur est contenu exactement dans le dividende. Pour vérifier l'exactitude de la division, il faudrait qu'en multipliant le diviseur par le quotient, et en ajoutant le reste de la division, s'il y en a un, le produit fût égal au dividende.

FRACTIONS ALGÉBRIQUES.

En arithmétique, quand la division laisse un reste qui n'est plus divisible par le diviseur, on établit ce reste à la suite du quotient sous la forme d'une fraction, dont le reste forme le numérateur et dont le diviseur est le dénominateur. Il en est de même en algèbre; ainsi, toute division qui ne peut s'effectuer se met sous la forme d'une fraction, comme $a : b$ qui s'écrit $\frac{a}{b}$, ou $\frac{fg}{gh}$ qui s'écrit $\frac{f}{h}$.

On effectue sur les fractions littérales les mêmes opérations qu'en arithmétique.

La première opération a pour objet de réduire deux ou plusieurs fractions au même dénominateur, et on y

parvient en multipliant successivement les deux termes de chaque fraction, par le produit des dénominateurs des autres.

Soit à réduire $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{f}{g}$ au même dénominateur; on obtient en suivant la règle : $\frac{adg}{bdg} + \frac{cbg}{bdg} + \frac{bdf}{bdg}$.

L'addition des fractions littérales s'effectue en les réduisant au même dénominateur, puis on ajoute les numérateurs et on donne à la somme pour dénominateur, le dénominateur commun.

Soit à ajouter les fractions : $\frac{a}{b} + \frac{m}{n} + \frac{r}{s}$

On obtient d'abord $\frac{ans}{bns} + \frac{mbs}{bns} + \frac{bnr}{bns}$, et pour somme $\frac{ans + mbs + bnr}{bns}$.

La *soustraction* exige, comme l'addition, la réduction des fractions au même dénominateur, puis on change les signes des numérateurs.

Soit à soustraire $\frac{a}{b}$ de $\frac{c}{d}$. La réduction donne $\frac{ad}{bd}$ et $\frac{bc}{bd}$, et le résultat de la soustraction est $\frac{bc - ad}{bd}$.

La *multiplication* des fractions algébriques s'effectue en multipliant numérateur par numérateur et dénominateur par dénominateur.

Ainsi : 1° $\frac{a}{b} \times \frac{m}{n} = \frac{am}{bn}$; 2° $\frac{b}{g} \times c = \frac{bc}{g}$ et 3° $\frac{d}{f} \times \frac{b}{r} \times \frac{c}{g} = \frac{dbc}{frg}$.

Pour diviser une fraction algébrique par une autre fraction, il suffit de multiplier la fraction dividende par la fraction diviseur renversée.

Ainsi, $\frac{a}{b} : \frac{d}{f} = \frac{a}{b} \times \frac{f}{d} = \frac{af}{bd}$, de même $\frac{a}{b} : f = \frac{a}{b} \times \frac{1}{f} = \frac{a}{bf}$.

ÉQUATIONS.

Une équation est la réunion de deux ou plusieurs quantités séparées par le signe $=$.

Ainsi $a = c + d$ est une équation; de même l'expression $7 + 8 = 9 + 6$ est une équation. La première, qui est exprimée en lettres, s'appelle *équation littérale;* la seconde, composée de chiffres, est dite *équation numérique.*

Dans une équation on distingue par *premier membre* toutes les quantités placées à la gauche du signe $=$, et par *second membre* toutes les quantités placées à la droite de ce signe.

Dans l'équation $3x + 9 = 33$, les quantités $3x$ et 9 forment le premier membre, et 33 le second.

Les quantités d'une équation sont de deux espèces; les quantités *connues* et celles *inconnues;* dans l'équation précédente, $3x$ est la quantité inconnue, 9 et 33 sont les quantités connues.

Les équations peuvent contenir une ou plusieurs inconnues.

L'équation $x + 7 = 12$ est à une seule inconnue, x.

L'équation $x + y - 6 = 15$ est à deux inconnues, x, y.

L'équation $x + y + z = 45$ est à trois inconnues, x, y, z.

Les équations se subdivisent en plusieurs classes ou degrés que l'on distingue par l'exposant de la quantité inconnue.

Ainsi l'équation $x = a + b$ est du premier degré.

L'équation $x^2 = g + h$ est du second degré, et ainsi de suite.

Les équations sont d'un grand usage pour résoudre les problèmes. Pour résoudre algébriquement les questions que l'on peut proposer sur les quantités, il faut : 1° *rechercher dans la nature de la question les rapports qui existent entre les quantités connues et celles inconnues ;* cette recherche, qui n'est soumise à aucune règle et qui s'acquiert par une intelligence réfléchie et une grande habitude, s'appelle la mise en équation du problème ; 2° déduire de *ces rapports, et au moyen de règles invariables, la valeur des quantités inconnues ;* cette seconde partie s'appelle la résolution de l'équation.

Avant de donner les règles pour la résolution d'une équation, il est essentiel d'indiquer les transformations que l'on peut faire subir aux quantités dans une équation.

L'inconnue dans une équation peut être engagée de quatre manières différentes, par *addition*, par *soustraction*, par *multiplication* et par *division*.

Pour dégager ou isoler l'inconnue quand elle est engagée avec d'autres quantités connues, on fait passer ces quantités dans le second membre en changeant leurs signes.

1er *Ex.* $x + 4 = 12$; l'inconnue x est engagée avec 4

par voie d'addition; on la dégage en faisant passer 4 dans le second membre avec le signe —, et l'on a $x = 12 - 4 = 8$.

2° *Ex.* $x - 16 = 24$; l'inconnue x est engagée par soustraction avec la quantité 16; on la dégage en écrivant $x = 24 + 16 = 40$.

3° *Ex.* $4x = 20$; l'inconnue x est engagée par multiplication; on la dégage par l'opération contraire, et et l'on a $x = \frac{20}{4} = 5$.

4° *Ex.* $\frac{x}{5} = 4$; l'inconnue x est engagée par division; on l'isole en faisant passer le diviseur 5 comme multiplicateur dans le second membre, et l'on obtient $x = 4 \times 5 = 20$.

Cette faculté d'isoler l'inconnue permet de déterminer, sans aucun tâtonnement ni travail de tête, la valeur d'une inconnue; car toutes les quantités connues se trouvant ainsi dans le deuxième membre, il suffit d'effectuer les opérations indiquées pour connaître l'inconnue. On reconnaîtra encore mieux cet avantage dans l'exemple suivant :

$\frac{4x}{48} + 6 - 2 = 12$; en dégageant x d'après la règle, on a, $x = \frac{(12 + 2 - 6) \times 48}{4} = 96$.

Cette règle peut se généraliser ainsi : tout terme peut passer d'un membre d'une équation dans l'autre, en l'effaçant dans le membre où il se trouve, et en le plaçant dans l'autre membre avec un signe contraire. Il résulte de là la faculté de faire passer dans un même

membre toutes les quantités inconnues, et dans l'autre toutes les quantités connues.

S'il se trouve des termes égaux dans les deux membres d'une équation, et affectés du même signe, on peut, pour simplifier, les supprimer; ceci conduit à dire que l'on peut ajouter ou soustraire, multiplier ou diviser les deux membres d'une équation sans la troubler.

Ces diverses transformations que l'on peut faire subir aux quantités facilitent la lecture et l'intelligence des formules algébriques, ce qui est très-important pour déterminer les valeurs des quantités dans les formules données.

Ex. : Soit proposé de déterminer successivement, au moyen de la formule $R = \frac{L \times S}{y}$, les valeurs de L, S et y, on obtient d'après les règles précédentes :

$$L = \frac{R \times y}{S};\ S = \frac{R \times y}{L},\ \text{et}\ y = \frac{L \times S}{R},$$

et, en substituant aux quantités les valeurs numériques connues, on aurait la valeur de chacune des quantités cherchées.

Équation du premier degré à une seule inconnue.

Pour résoudre une équation du premier degré à une seule inconnue, il faut : 1° faire disparaître les dénominateurs des termes qui en sont affectés, en réduisant tous les termes au même dénominateur, et en supprimant ensuite ce dernier;

2° Faire passer dans un même membre toutes les quantités inconnues, et dans l'autre toutes les quantités connues;

3° Faire la réduction des termes semblables;
4° Dégager l'inconnue.

Ex. : Résoudre l'équation numérique :

$$\frac{6x}{3} + 9 - x = \frac{x}{2} + 7 + 3.$$

1re transformation : $\frac{12x}{6} + \frac{54}{6} - \frac{6x}{6} = \frac{3x}{6} + \frac{42}{6} + \frac{18}{6}$

ou simplifiée : $12x + 54 - 6x = 3x + 42 + 18$

2e transformation : $12x - 6x - 3x = 42 + 18 - 54$

3e transformation : $3x = 60 - 54 = 6.$

4e transformation : $x = \frac{6}{3} = 2$, valeur de l'inconnue.

La vérification d'une équation s'obtient en substituant à l'inconnue, dans la première équation posée, sa valeur numérique; alors, en effectuant les opérations indiquées, les deux membres de l'équation doivent être identiques.

Ainsi, en substituant à x sa valeur 2 dans l'équation donnée comme exemple, on a :

$$\frac{6 \times 2}{3} + 9 - 2 = \frac{2}{2} + 7 + 3, \quad \text{ou } 11 = 11.$$

Équations du premier degré à plusieurs inconnues.

Il faut, en général, poser autant d'équations qu'il y a d'inconnues dans le problème à résoudre. S'il y a deux inconnues il faut deux équations; pour trois inconnues il faut trois équations, et ainsi de suite.

Pour résoudre une équation à deux inconnues, on se guide sur la règle suivante :

Prenez dans chaque équation la valeur d'une même

inconnue, égalez ces deux valeurs, et vous n'aurez plus qu'une équation à une seule inconnue, dont vous déterminez la valeur par les règles précédentes. Cette inconnue étant trouvée, vous substituez sa valeur dans les deux premières équations, pour obtenir la valeur de l'autre inconnue.

1er *Ex.* : Soient les deux équations à deux inconnues :

$$3x + 2y = 18$$

$$\text{et } 5x + 3y = 29.$$

La valeur de x dans la première équation est :

$$x = \frac{18 - 2y}{3},$$

La valeur de x dans la deuxième équation est :

$$x = \frac{29 - 3y}{5}.$$

Égalant les deux valeurs différentes de x, on forme l'équation unique $\frac{18 - 2y}{3} = \frac{29 - 3y}{5}$ à une seule inconnue y.

En opérant les transformations indiquées par la règle, on obtient en dernier lieu $y = 3$.

Alors, pour avoir la valeur de l'inconnue x, on substitue dans les deux premières équations posées la valeur de y.

Ces deux équations deviennent $3x + 2 \times 3 = 18$, et $5x + 3 \times 3 = 29$; dans chacune d'elles on obtient $x = 4$.

2e *Ex.* : Soit à déterminer les côtés L et H d'un rectangle en supposant $L = 4H$. La surface du rectangle s'exprime par $S = L \times H$, ce qui donne une équation à deux inconnues; or, en les ramenant à une seule in-

connue, il vient $S = 4H \times H$, puisque $L = 4H$. Mais $4H \times H$ donne $4H^2$, la formule se simplifie donc ainsi $S = 4H^2$; d'où on tire $H^2 = \frac{S}{4}$, et $H = \sqrt{\frac{S}{4}}$. Si donc on admet que $S = 16$ décimètres carrés, on aura pour valeur de $H = \sqrt{\frac{16}{4}}$ ou $H = 2$. Et comme $L = 4H$, on aura nécessairement $L = 8$; on détermine donc successivement l'une des valeurs par l'autre.

Pour résoudre les équations à trois inconnues, il faut prendre dans chacune d'elles la valeur d'une même inconnue; on égale alors la première valeur à la deuxième, et la deuxième à la troisième, ce qui produit deux équations à deux inconnues au lieu de trois, et on opère comme précédemment.

Ex. : Soient les trois équations :

$$6x + 3y - 2z = 36$$
$$5x - 2y + 3z = 26$$
$$8x + 5y - 4z = 48.$$

De la première équation l'on obtient après les transformations usitées : $x = \frac{36 - 3y + 2z}{6}$;

De la deuxième équation on trouve $x = \frac{26 + 2y - 3z}{5}$

et de la troisième : $x = \frac{48 - 5y + 4z}{8}$.

Égalant la première valeur de x à la deuxième, on obtient l'équation à deux inconnues :

$$\frac{36 - 3y + 2z}{6} = \frac{26 + 2y - 3z}{5}.$$

Égalant la deuxième valeur de x à la troisième, on a aussi $\frac{26 + 2y - 3z}{5} = \frac{48 - 5y + 4z}{8}$.

Ces deux équations à deux inconnues deviennent après transformations :

La première $180 - 15y + 10z = 156 + 12y - 18z$.

La deuxième $208 + 16y - 24z = 240 - 25y + 20z$.

Prenant dans chacune de ces équations les valeurs de y, on a de la première, $y = \frac{24 + 28z}{27}$ et de la seconde $y = \frac{32 + 44z}{41}$.

Égalant ensemble ces valeurs de y, on forme l'équation à une seule inconnue $\frac{24 + 28z}{27} = \frac{32 + 44z}{41}$, d'où après transformations $z = \frac{120}{40} = 3$.

Pour avoir la valeur de y, il faut substituer à z sa valeur dans les deux équations à deux inconnues précédentes, et l'on obtient $y = 4$. Enfin pour obtenir la valeur de x, il faut substituer les valeurs de y et z dans l'une des trois équations primitives, et l'on trouve, après les transformations usitées, $x = 5$.

La règle générale, s'il y avait un plus grand nombre d'inconnues, et par suite d'équations, consiste à prendre dans chaque équation la valeur d'une même inconnue, puis à égaler l'une de ces valeurs à chacune des autres, ce qui donne chaque fois une équation et une inconnue de moins; on opère sur ces nouvelles équations pour éliminer une autre inconnue, jusqu'à ce que l'on arrive à une équation ne contenant qu'une seule inconnue,

dont on détermine la valeur réelle, pour la substituer dans les équations précédentes et arriver successivement à la valeur de toutes les inconnues.

Équations du deuxième degré.

On sait déjà qu'une équation de second degré est celle qui renferme la deuxième puissance de l'inconnue.

Lorsque l'équation ne renferme d'autre puissance de l'inconnue que le carré, il faut dégager le carré de l'inconnue de toutes les quantités qui l'accompagnent, puis extraire la racine carrée de chaque membre.

1er *Ex.* : Soit à résoudre l'équation du deuxième degré $\frac{6x^2}{3} = 50$.

En dégageant l'inconnue, on obtient $x^2 = \frac{50 \times 3}{6}$, ou $x^2 = \frac{150}{6}$;

$$\text{d'où } x = \sqrt{\frac{150}{6}} = 5.$$

2e *Ex.* : Soit à résoudre l'équation $\frac{6}{3}x^2 = \frac{x^2}{2} + 54$.

Faisant disparaître les dénominateurs, on obtient $12x^2 = 3x^2 + 324$.

Puis $9x^2 = 324$, et $x^2 = \frac{324}{9}$, d'où $x = \sqrt{\frac{324}{9}} = 6$.

Mais une équation du deuxième degré n'est pas toujours sous une forme aussi simple : ainsi elle renferme ordinairement outre le ou les termes qui contiennent le carré de l'inconnue, ceux qui renferment la première

puissance de l'inconnue, puis les quantités connues.

Dans ce cas, il faut, après avoir fait disparaître les dénominateurs, faire passer dans le premier membre toutes les quantités inconnues, et dans le second toutes les quantités connues; puis rendre positif le signe de l'inconnue à la deuxième puissance, en changeant, s'il y a lieu, le signe de tous les autres termes, et enfin dégager l'inconnue.

Ces opérations préliminaires ne sont qu'une préparation de l'équation du deuxième degré pour faire du premier membre un carré parfait; cela posé, pour résoudre une équation du deuxième degré, il faut :

1° Prendre la moitié de la quantité connue qui multiplie x dans le deuxième terme; 2° élever cette moitié au carré, et ajouter ce carré à chaque membre de l'équation; le premier membre sera alors un carré parfait; 3° extraire la racine carrée de chaque membre et mettre devant le second les signes $\pm$, l'équation se trouve alors réduite au premier degré.

Ex. : Résoudre l'équation du deuxième degré $x^2 + 6x = 16$.

La moitié de la quantité 6 qui accompagne x est 3; on ajoute le carré de 3, ou 9, à chaque membre; ce qui donne la nouvelle équation :

$$x^2 + 6x + 9 = 16 + 9, \text{ ou } 25.$$

On extrait la racine carrée de x^2, celle de 9 et celle de 25; $x + 3$ est la racine carrée du premier membre, parce que le carré d'une quantité composée de deux termes contient toujours le carré du premier terme, le double produit du premier par le second et le carré du

second; or x^2 est le carré du premier terme, $6x$ est le double produit du premier x par le second 3, et 9 est le carré du second; c'est-à-dire qu'en élevant $x + 3$ au carré on obtiendrait $x^2 + 6x + 9$.

La nouvelle équation devient $x + 3 = \pm 5$. D'où $x = 2$.

Vérification x^2 ou $4 + 6x$ ou 12 ou enfin $16 = 16$.

On fait précéder la racine du signe + ou —, parce que quand le multiplicande et le multiplicateur ont chacun le signe positif ou négatif, le produit est toujours affecté du signe +. Or, lorsque l'on a à extraire la racine carrée d'une quantité qui a le signe +, on doit indifféremment donner le signe + ou — à la racine carrée, car -5×-5 comme $+5 \times +5 = 25$, produit positif.

CHAPITRE III

GÉOMÉTRIE PRATIQUE

La géométrie a pour objet la mesure de tous les corps.

La partie de l'espace occupée par un corps est dite l'étendue de ce corps.

L'étendue a trois dimensions, longueur, largeur et hauteur.

Cette dernière dimension prend, dans certaines circonstances, la dénomination d'épaisseur ou profondeur.

L'étendue, considérée suivant une seule de ses dimensions, s'appelle *ligne;* vue sous deux dimensions, elle prend le nom de *surface;* enfin avec les trois dimensions l'étendue s'appelle *corps, volume* ou *solide.*

C'est à la connaissance de la mesure des lignes, des surfaces et des corps solides que tend la géométrie pratique.

TRACÉS ET MESURES DES LIGNES DROITES. — Quand une ligne droite a peu de longueur, on la trace sur le papier ou sur la surface au moyen d'un crayon, d'un tire ligne ou d'une pointe que l'on fait glisser le long d'une règle bien dressée.

Lorsque la distance des deux points à joindre par une ligne droite sur une surface est assez grande, on fixe à ces deux points une cordelette bien tendue et saupoudrée de craie; en tirant alors à soi cette ficelle par le

milieu et en la lâchant brusquement, elle vient par son élasticité s'imprimer sur le mur ou sur le parquet.

Enfin, sur le terrain, on trace des lignes droites à l'aide de jalons ou piquets plantés de distance en distance.

L'unité de longueur adoptée en France pour mesurer les lignes droites est le *mètre*. Ainsi, pour mesurer une distance donnée, on porte sur cette longueur le mètre autant de fois qu'il y est contenu; s'il y avait un reste plus petit que le mètre, on le mesure en le comparant au décimètre; s'il y a un nouveau reste, on le mesure en le comparant au centimètre, et ainsi de suite; on obtient alors une valeur de tant de mètres et de parties de mètre pour la mesure de la distance donnée.

Quand on opère sur le terrain, on se sert de la *chaîne métrique* qui a dix mètres de longueur et qui est subdivisée de mètre en mètre; chaque mètre est lui-même partagé en dix ou en cinq parties égales.

Dans les arts on distingue spécialement, parmi les lignes droites, la *ligne verticale* dont la direction est celle d'un fil au repos chargé d'un poids, connu sous le nom de fil à plomb, et la *ligne horizontale* dont la direction tout opposée suit le niveau de l'eau en repos dans un vase.

Mesure des angles. — L'ouverture comprise entre deux droites qui se rencontrent s'appelle *angle*. Le point de rencontre des deux droites ou côtés prend le nom de *sommet* de l'angle.

Deux droites perpendiculaires l'une à l'autre se coupent à angle *droit;* mais si l'une est oblique par rapport à l'autre, les angles sont inégaux; le plus grand se nomme *obtus,* et le plus petit est dit *aigu*.

Tout angle se mesure par la grandeur de l'arc décrit de son sommet comme centre, et intercepté entre ses côtés. Or, pour préciser la grandeur d'un arc, on compte le nombre de degrés qu'il renferme. A cet effet on a subdivisé par convention le cercle en 360 parties égales ou degrés; tout cercle, quel que soit son rayon, contient le même nombre de parties, mais alors proportionnellement plus grandes ou plus petites.

L'angle droit, interceptant entre ses côtés le quart de la circonférence, vaut $\frac{360}{4} = 90$ degrés.

Assez ordinairement on rapporte à cet angle tous les autres; l'angle droit servant ainsi d'unité de comparaison, on dit très-bien : Un tel angle vaut 1/3, 1/2, 2/3 d'un angle droit, c'est-à-dire 30°, 45° ou 60°.

Pour exprimer rigoureusement les fractions d'un arc, on subdivise le degré en 60 minutes, et pour simplifier, on indique le mot degré par un (°), la minute par une (′) et la seconde par (″). Ainsi l'expression simplifiée 18° 7′ 15″ signifie un arc de 18 degrés 7 minutes 15 secondes.

On admet aussi la division centésimale du cercle en 400 degrés.

Mesures des surfaces planes régulières. — On entend en général par quadrilatères les figures de quatre côtés. Mais ces figures prennent des noms particuliers suivant leur configuration : ainsi un carré (fig. 1, pl. 1) est un quadrilatère dont les quatre côtés sont égaux et disposés à angles droits.

Un rectangle ne diffère d'un carré que parce que deux des côtés opposés sont plus longs que les deux

autres (fig. 2). Les quatre angles restent droits.

Un parallélogramme (fig. 3) est un quadrilatère dont les côtés opposés sont égaux et parallèles, mais dont les angles sont aigus et obtus.

Un losange (fig. 4) est un quadrilatère dont les côtés sont tous égaux sans que les angles soient droits.

SURFACE D'UN CARRÉ, D'UN RECTANGLE. — *Règle :* Pour mesurer la surface d'un carré ou d'un rectangle, multipliez la longueur par la largeur; le résultat, exprimé en unités carrées, donnera leur surface.

1er *Ex. :* Un carré a 12m. 5 de côté, quelle est sa surface?

$$12^{m}5 \times 12^{m}5 = 156^{m.q.}25.$$

2e *Ex. :* Un rectangle a 8m56 de long sur 4m15 de large, quelle est sa surface?

$$8^{m}56 \times 4^{m}15 = 35^{m.q.}524.$$

Connaissant la surface d'un rectangle et l'une de ses dimensions, on détermine l'autre en divisant la surface donnée par la dimension connue; ainsi la hauteur verticale d'un rectangle, dont la surface est exprimée par 0m.q. 9375 et dont la base est de 1m25, est égale à $\frac{0^{m.q.}9375}{1^{m}25} = 0^{m}75$. Ce problème s'applique surtout pour déterminer la dimension d'une vanne hydraulique.

PARALLÉLOGRAMME, LOSANGE. — *Règle :* Pour trouver la surface d'un parallélogramme et d'un losange, multipliez l'un des côtés, pris pour base, par la hauteur perpendiculaire.

1er *Ex. :* Déterminer la surface d'un parallélogramme

dont la longueur A B (fig. 3) est de 2^m25 et dont la hauteur perpendiculaire $H = 1^m2$.

$$\text{Surface} = 2^m5 \times 1^m2 = 3^{m.q.}$$

2e *Ex.* : L'un des côtés d'un losange porte 3^m1 de long, et la perpendiculaire, mesurant la distance de ce côté pris pour base au côté opposé, égale 1^m3, quelle est sa surface?

$$\text{Surface} = 3^m1 \times 1^m3 = 4^{m.q.}03.$$

Trapèze. — Un trapèze est un quadrilatère dont deux côtés seulement, appelés bases, sont parallèles (fig. 5).

Règle : Pour déterminer la surface d'un trapèze, ajoutez ensemble la longueur des bases, multipliez cette somme par la hauteur du trapèze, et la moitié du produit sera la surface.

Ex. : La surface d'un trapèze, dont les bases parallèles ont l'une 7^m15 de long et l'autre 6^m25 et dont la hauteur $= 0^m75$, égale $\frac{13^m40 \times 0^m75}{2} = 5^{m.q.}025$, surface du trapèze.

Triangle. — On appelle triangle une surface plane terminée par trois lignes droites qui se coupent deux à deux, comme fig. 6.

Règle : Pour trouver la surface d'un triangle, multipliez un des côtés, pris pour base, par la hauteur perpendiculaire abaissée du sommet opposé sur cette base, la moitié du produit sera la surface du triangle.

Ex. : La surface d'un triangle, dont le côté pris pour base a 2^m30 et dont la hauteur perpendiculaire a 1^m15, est égale à $\frac{2^m30 \times 1^m15}{2} = 1^{m.q.}3225.$

La surface d'un triangle étant connue et l'une de ses dimensions étant donnée, on détermine la dimension inconnue en divisant le double de la surface par la dimension connue. Dans l'exemple précédent, la division $2 \times 1^{m.q.} 3225$ par la hauteur $1^m 15$ donne pour quotient la base $2^m 30$; de même le quotient $1^m 15$, provenant de la division $2 \times 1^{m.q.} 3225$ par la base $2^m 30$, exprime la hauteur du triangle.

On démontre en géométrie que le carré construit sur l'hypoténuse d'un triangle rectangle, est égal à la somme des carrés construits sur les deux côtés de l'angle droit. Il résulte de cette propriété que, connaissant deux côtés quelconques d'un triangle rectangle, on peut déterminer le troisième.

1° Les deux côtés de l'angle droit du triangle étant donnés, on détermine l'hypoténuse en faisant la somme des carrés des deux côtés, et en extrayant la racine carrée de cette somme.

Ex. : Quelle est la grandeur de l'hypoténuse AC d'un triangle ABC, en supposant le côté $AB = 3^m$, le côté $BC = 4^m$?

On a $AC = \sqrt{3^2 + 4^2}$, ou $AC = \sqrt{9 + 16}$, ou $\sqrt{25} = 5^m$.

2° Si l'on connaît l'hypoténuse AC et l'un des côtés AB de l'angle droit, le troisième BC est égal à la racine carrée de la différence des carrés construits sur AC et AB.

Ainsi, dans l'exemple précédent, on trouverait :

$$BC = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$$

La diagonale d'un carré est toujours égale à l'un des côtés multiplié par $\sqrt{2}$, et comme $\sqrt{2} = 1,414$, on voit

que la diagonale d'un carré s'obtient en multipliant le carré du côté par 1,414.

Ex. : Un carré a pour longueur, sur chaque côté, 6 mètres, quelle est sa diagonale D?

$$D = 6 \times 1,414 = 8^{m}484.$$

La somme des carrés des quatre côtés d'un parallélogramme est aussi égale à la somme des carrés des deux diagonales.

VALEUR DES ANGLES. — La somme des trois angles d'un triangle vaut toujours deux angles droits ou 180°; connaissant donc deux angles d'un triangle, on peut toujours déterminer la valeur du troisième.

Soient A B C trois angles d'un triangle, si l'angle A vaut 40° et l'angle B = 80°, le troisième angle C vaudra 180° — (40 + 80) = 60°. Dans un triangle rectangle, il suffit de connaître l'un des angles aigus, puisqu'il y a toujours un angle droit de 90°, pour obtenir l'autre angle.

POLYGONE RÉGULIER. — On appelle ainsi une figure de plusieurs côtés égaux, régulièrement inscrite dans un cercle.

Règle : Pour déterminer la surface d'un polygone régulier, multipliez son périmètre, ou la somme des côtés, par la perpendiculaire abaissée du centre sur l'un des la côtés, moitié de ce produit sera la surface.

Ex. : Un polygone régulier de cinq côtés (fig. 7), dont l'un a 9m8 et dont la perpendiculaire abaissée du centre du cercle sur le milieu des côtés = 5m6, a pour surface $\frac{(9.8 \times 5,6) \times 5}{2} = 137^{m.q.}20.$

CIRCONFÉRENCE, RAYON, DIAMÈTRE, CERCLE. — Lorsqu'on trace avec un compas une figure circulaire, la ligne qui exprime le contour de la figure tracée s'appelle *circonférence*, l'espace renfermé à l'intérieur est nommé *cercle*, l'ouverture du compas prend le nom de *rayon*, et l'on entend par *diamètre* la ligne qui coupe le cercle en deux parties égales ; le diamètre vaut deux fois le rayon.

En comparant le développement de la circonférence d'un cercle à son diamètre, ou bien en divisant une circonférence de rayon quelconque par son diamètre, on a trouvé que le rapport constant entre la circonférence et le diamètre est comme 22 : 7 ou, en fraction décimale, comme 3,1416 : 1. C'est-à-dire que, quelle que soit la grandeur d'un cercle, sa circonférence égale 3,1416 fois la longueur de son diamètre.

Dans les calculs on a coutume de représenter le rapport 3,1416 par la lettre π, et l'on écrit : circonf. ou $C = \pi D$.

Si l'on substitue le rayon R au diamètre D, la formule devient : $C = 2\pi R$, ou $6,2832 \times R$.

Cette formule permet de trouver le rayon d'un cercle dont on connaît la circonférence, et réciproquement, de déterminer la circonférence d'un cercle connaissant le rayon :

1° Pour trouver le rayon d'un cercle dont on connaît la circonférence, divisez cette circonférence par 2π ou par 6,2832.

Ex. : Quel est le rayon R, et par suite le diamètre D, d'un cercle dont la circonférence est de $8^m 5$?

$$R = \frac{8^m5}{6{,}2832} = 1^m35,$$

$$\text{et } D = 1^m35 \times 2 = 2^m70.$$

2° Pour déterminer la circonférence C d'un cercle dont on connaît le rayon, multipliez ce rayon par 2π ou 6,2832.

Ex. : La circonférence d'un cercle dont le rayon R a 1^m35 devient $C = 1^m35 \times 6{,}2832 = 8^m5$.

Si l'on connaît le diamètre D, on multiplie directement par 3,1416. Dans l'exemple précédent on aurait $2{,}70 \times 3{,}1416 = 8^m5$ pour la circonférence.

Surface du cercle. — La surface du cercle est égale à son périmètre ou à sa circonférence multipliée par la moitié du rayon, ce qui donne la formule : $S = 2\pi R \times \frac{R}{2}$. Or, on peut supprimer 2 au numérateur et au dénominateur, puis $R \times R = R^2$; alors la formule se simplifie ainsi : $S = \pi R^2$, et donne lieu aux deux règles suivantes :

1° Pour trouver la surface d'un cercle dont on connaît le rayon, multipliez le rayon par lui-même et par 3,1416, le résultat donnera la surface du cercle.

Ex. : La surface d'un cercle dont le rayon a 1^m05 devient $S = 1^m05 \times 1^m05 \times 3{,}1416 = 3^{m.q.}46$.

2° Pour mesurer le rayon d'un cercle dont on connaît la surface, divisez cette surface par 3,1416 et extrayez la racine carrée du quotient, cette racine sera le rayon.

Ex. : Quel est le rayon d'un cercle dont la surface = $3^{m.q.}46$?

On a $\frac{3^{m.q.}46}{3,1416} = 1^m1025$ et $\sqrt[2]{1,1025} = 1^m05$, rayon du cercle.

Dans certaines circonstances, où il est plus facile de connaître le diamètre d'un cercle que son rayon, on détermine la surface S du cercle par la formule suivante :

$S = \pi D \times \frac{D}{4}$ ou simplement $\frac{\pi D^2}{4}$, et comme

$\frac{\pi}{4} = 0,7854$, on a : $S = 0,7854 \times D^2$;

d'où l'on tire la nouvelle règle : multipliez le carré du diamètre par la décimale 0,7584, le produit donnera la surface du cercle.

Ex. : La surface d'un cercle dont le diamètre a $2^m 10$ est exprimée par :

$$S = 0,7854 \times (2^m10 \times 2^m10) = 3^{m.q.}46.$$

Observation. — Quand on connaît la surface d'un carré, on obtient la surface du cercle dont le diamètre égale le côté du carré, en multipliant la surface du carré par 0,7854, c'est-à-dire que la surface d'un carré est à la surface du cercle inscrit dans ce carré comme 4 : 3,1416 ou comme 1 : 0,7854.

Ex. : La surface d'un carré = 4, celle du cercle inscrit égale $4 \times 0,7854 = 3,1416$.

Réciproquement, connaissant la surface du cercle inscrit on obtient la surface du carré circonscrit, ou dont le côté égale le diamètre, en multipliant la surface du cercle par 1,273.

Ex. : La surface d'un cercle = $3^{m.q.}1416$, quelle est celle du carré circonscrit?

$3,2416 \times 1,173 = 3,999$, ou à très-peu près $= 4$.

Secteur du cercle. — On appelle ainsi la surface *a* comprise entre un arc et deux rayons. La règle pour déterminer la surface d'un secteur *a* (fig. 8) consiste à multiplier la longueur développée de l'arc du secteur par le rayon du cercle; la moité de ce produit exprime la surface.

Ex. : Quelle est la surface S d'un secteur dont l'arc $= 12^{m}25$ et dont le rayon est de $8^{m}12$?

$$S = \frac{12^{m}25 \times 8^{m}12}{2} = 49^{m.q.}735.$$

La longueur d'un arc se trouve en multipliant la circonférence entière par le nombre de degrés de l'arc et en divisant le produit par 360.

Ex. : Soit un arc de 45°, et dont la circonférence $=$ $3^{m}50$, on a $\frac{3^{m}50 \times 45^{o}}{360} = 0^{m}4375$, longueur de l'arc.

Segment de cercle. — On appelle *segment* la partie *b* du cercle comprise entre l'arc et la corde qui en joint les extremités (fig. 8). On détermine la surface d'un segment *b*, en retranchant de la surface du secteur A la superficie du triangle *c*.

En supposant le secteur A égal à $12^{m.q.}$ en superficie, et le triangle *c* égal à $7^{m.q.}$ en surface, celle du segment *b* serait $12 - 7 = 5$ mètres carrés.

La surface d'un segment s'obtient aussi en multipliant la longueur de la flèche par 0,626, et en ajoutant au carré de ce produit le carré de la moitié de la corde, puis en multipliant 2 fois la racine carrée de la somme par les 2/3 de la flèche.

Ex. : Soit 48 la corde d'un arc et 18 la flèche, on a $18 \times 0,626 = 11,268$ et $(11,268)^2 = 126,9678$, et $\left(\frac{48}{2}\right)^2 = 576$, alors la surface du segment égale

$2 \times \sqrt{126,9678 + 576} \times 2/3 \times 18 = 636^{\text{m.q.}}24$.

Surface annulaire ou couronne. — Pour trouver la superficie de tout espace renfermé entre deux cercles concentriques, ajoutez ensemble les diamètres extérieur et intérieur, multipliez leur somme par leur différence et par la décimale 0,7854, le produit exprimera la surface.

Ex. : Les diamètres de deux cercles concentriques (fig. 9) sont 8 et 5. Quelle est la surface de l'anneau plein?

Somme $= 8 + 5 = 13$. Différence $= 8 - 5 = 3$.

$13 \times 3 \times 0,7854 = 30^{\text{cent.q.}}63$, surface annulaire.

Ellipse. — Pour déterminer la surface d'une ellipse (fig. 10), multipliez le grand axe A B par le petit axe C D et par la décimale 0,7854, le produit indique la surface.

Ex. : Quelle est la surface d'une ellipse dont le grand axe égale 10 centimètres et le petit axe égale 8 centimètres?

$$10 \times 8 \times 0,7854 = 62^{\text{cent.q.}}784.$$

Contour de l'ellipse. — Multipliez la demi-somme des deux axes par 3,1416, le produit exprimera à très-peu près le contour de l'ellipse.

Ainsi dans l'exemple précédent :

$\frac{10 + 8}{2}$ ou $9 \times 3,1416 = 28^{\text{cent.}}274$, contour de l'ellipse.

Mesure des surfaces régulières et applications des règles précédentes a l'arpentage. — La mesure des terrains exige l'emploi de quelques instruments dont il est utile de donner l'indication.

Chaîne métrique. — On a déjà vu que la chaîne métrique, qui a 10 mètres de long, et dont chaque mètre, indiqué par un petit anneau, est subdivisé lui-même en cinq ou en dix parties, sert sur le terrain à mesurer les lignes droites (fig. 11).

Équerre d'arpenteur. — Un autre instrument indispensable est l'équerre d'arpenteur. C'est un prisme creux, ayant la forme d'un octogone régulier (fig. 12). Quatre faces opposées portent au milieu une fente qui existe sur la longueur de chaque face; les quatre fentes très-étroites se trouvent ainsi disposées en croix, et les deux fentes opposées déterminent la direction d'une ligne droite. Cet instrument, porté sur un pied à hauteur convenable, sert à deux fins : tracer des lignes droites sur le terrain, et élever des perpendiculaires sur des lignes données.

Jalons. — Les jalons sont des piquets de bois, ordinairement fendus à la partie supérieure pour y placer un feuillet de papier, et servent à indiquer sur le terrain la direction des lignes que l'on mesure.

Mesure d'une ligne droite sur le terrain. — Quand on veut mesurer la distance en ligne droite d'un point A à un point B (fig. 13), la première opération consiste à placer des jalons sur cette direction. A cet effet, on fixe verticalement l'équerre sur son pied au point A, et on dirige les deux fentes opposées de l'équerre de telle manière que ces deux fentes et le point

B se confondent sur une même ligne droite. On fait alors suivre cette direction, et planter à des distances appréciables des jalons *cdef*, etc., puis le porte-chaîne, muni de plusieurs fiches, ordinairement dix, se met en marche pendant que l'arpenteur reste au point A. Quand la chaîne est convenablement tendue, le porte-chaîne plante une fiche à l'extrémité, et tous deux se remettent en marche jusqu'à ce que l'arpenteur rencontre la première fiche; alors le porte-chaîne plante une deuxième fiche à l'extrémité de la chaîne tendue, l'arpenteur enlève la fiche qu'il vient de rencontrer, et ainsi de suite jusqu'au point B, où l'arpenteur compte le nombre de fiches qu'il a enlevées pour autant de fois dix mètres, et il ajoute à cette somme, s'il y a lieu, la partie fractionnaire de la chaîne.

USAGE DE L'ÉQUERRE POUR ÉLEVER UNE PERPENDICULAIRE A UNE LIGNE DONNÉE SUR LE TERRAIN.—Soit une ligne représentée par deux jalons placés en A et B; supposons que l'on veuille, par le point C (fig. 14), élever une perpendiculaire sur la ligne droite A B. On plantera verticalement l'équerre d'arpenteur au point C, puis on fera tourner l'équerre de manière qu'en regardant alternativement par deux des fentes opposées, on aperçoive, sans déranger l'instrument, les jalons A et B. Dans cette position de l'équerre, on regardera par les deux fentes opposées, et on fera planter un jalon en un point quelconque D de cette direction, et la ligne C D sera perpendiculaire à A B.

MESURE D'UNE SURFACE TRIANGULAIRE SUR LE TERRAIN. — On doit toujours, avant tout travail, examiner la *configuration du terrain* et faire placer des ja-

lons aux principaux angles ; puis on fait sur le papier le croquis de la pièce à mesurer. Supposons d'abord que l'on ait à déterminer la superficie d'un terrain de forme triangulaire BCD (fig. 15). Puisque la surface de tout triangle est égale à sa base multipliée par sa demi-hauteur, on jalonnera le côté CD que l'on prendra pour base du triangle, et avec la chaîne métrique on en mesurera la longueur que nous supposerons égale à 36 mètres : cette mesure s'inscrit sur le croquis à l'endroit même de la base CD ; on abaissera ensuite au moyen de l'équerre d'arpenteur la perpendiculaire BF sur la base CD du triangle, on la jalonnera et mesurera, et si l'on trouve 20 mètres, ce sera la hauteur du triangle :

Alors $36 \times \frac{20}{2} = 360$ mètres carrés, surface du triangle.

MESURE D'UN QUADRILATÈRE IRRÉGULIER. — Soit à déterminer la superficie du quadrilatère DEGH (fig. 16). On prendra pour base le plus long côté GH, puis avec l'équerre d'arpenteur on abaissera des points D E sur cette base les perpendiculaires DI, EJ, qui décomposent ainsi le quadrilatère en trois figures distinctes, dont deux triangles GDI et EJH, et un trapèze DEIJ.

Pour avoir la superficie du triangle GDI, on jalonnera DI que l'on prendra pour base de ce triangle et IG qui en sera la hauteur, puis on mesurera DI qui, au moyen de la chaîne métrique, aura été trouvé par exemple égal à $25^{m}30$; on chaînera de même le côté IG dont la longueur est supposée égale à 12 mètres.

Alors on passera au deuxième triangle EJH, dont on

jalonnera de même le côté E J pris pour base, et le côté J H considéré comme hauteur; supposons que E J soit trouvé de 32^{m}10 et J H de 10 mètres.

Enfin on s'occupera du trapèze DEI J, dont les côtés DI, EJ, que nous avons déjà mesurés, sont considérés comme les bases parallèles, puis on jalonnera et mesurera le côté I J, pris pour hauteur et supposé égal à 42 mètres. Toutes les mesures étant indiquées sur les lignes correspondantes du croquis fait sur le papier, on aura pour superficie du quadrilatère la somme des surfaces des deux triangles et du trapèze :

$$\text{Triangle GDI} = 25^{m}30 \times \frac{12}{2} = \ldots\ldots \quad 151^{m.q.}80.$$

$$\text{Triangle EJH} = 32^{m}10 \times \frac{10}{2} = \ldots\ldots \quad 160^{m.q.}50.$$

$$\text{Trapèze DEIJ} = \frac{(25^{m}30 + 32^{m}10) \times 42}{2} = 1205^{m.q.}40.$$

$$\text{Superficie du quadrilatère} = 1517^{m.q.}70.$$

Ces deux exemples sont suffisants pour faire comprendre que, quelle que soit la forme irrégulière d'un terrain, il faut la décomposer en figures connues dont on détermine successivement la suface pour obtenir, par leur ensemble, la superficie cherchée.

Mesure d'un terrain inaccessible. — Quand on veut mesurer la superficie d'un marais, d'un bois, d'un champ en récolte, on entoure le terrain d'une figure connue, comme un rectangle, un carré, un triangle ou un trapèze, par des jalons qui circonscrivent la pièce inaccessible. On détermine, par les moyens exposés précédemment, la superficie du rectangle qui entoure

la pièce, et on déduit de cette surface les superficies des diverses parties de terrain comprises entre la pièce inaccessible et la figure circonscrite; la différence est la superficie cherchée.

Soit à déterminer la superficie d'un champ en récolte ayant la forme représentée fig. 17.

On plantera des jalons à tous les angles FGHIL de cette surface, puis on fera passer par les angles FHIL le rectangle circonscrit ABCD au moyen de perpendiculaires élevées à l'aide de l'équerre d'arpenteur. On déterminera la superficie du rectangle ABCD, on cherchera par les moyens indiqués précédemment, la surface des triangles 1, 2, 3, 4, 5, on retranchera la somme de ces cinq surfaces de la superficie du rectangle, et le reste exprimera la surface du champ FGHIL.

Nivellement des surfaces. — Le nivellement a pour objet de déterminer la différence de hauteur entre deux ou plusieurs points de la surface d'un terrain, pour pouvoir, au besoin, la rendre bien unie, ou donner une pente uniforme pour faciliter l'écoulement des eaux. L'instrument dont on se sert généralement pour niveler un terrain s'appelle *niveau d'eau;* c'est un tube A (fig. 18) en fer-blanc, recourbé à angle droit à chaque extrémité pour recevoir deux tubes verticaux B, C, en verre. Le tube en fer-blanc, ainsi que les tubes en verre B, C, contiennent de l'eau colorée; et quand l'instrument est placé sur son pied, la ligne *m n* du niveau de l'eau colorée dans les deux tubes de verre est horizontale, de sorte que toute ligne qui se confond avec elle se trouve parfaitement de niveau.

Si l'on veut avec cet instrument déterminer la pente

du point C au point D (fig. 19), on fait tenir en D, le plus verticalement possible, une longue règle en bois R graduée en divisions métriques sur toute sa hauteur, et recevant à coulisse une planchette ou indicateur *o*. On vise alors la ligne *m n* des niveaux que l'on dirige par le point C, et sur la règle graduée on fait monter et descendre la planchette ou l'indicateur, jusqu'à ce que la ligne *m n* se confonde en même temps avec le point C et l'indicateur *o*; puis on compte le nombre de divisions sur la règle à partir du point D jusqu'à l'indicateur, ce nombre de divisions désigne en parties métriques la différence de hauteur du point D au point C.

Si la pente était très-rapide depuis le sommet jusqu'au point le plus bas, et que la règle ne fût pas assez élevée, on répéterait l'opération indiquée plus haut à des stations intermédiaires, et la somme des hauteurs partielles obtenues aux stations donnerait la pente totale.

Boussole. — Cet instrument est destiné à orienter un plan, ou, si l'on aime mieux, à indiquer sur le terrain la direction des quatre points cardinaux.

La boussole est une petite boîte (fig. 20) surmontée d'un cadran portant au centre une aiguille aimantée. Or, la propriété de l'aiguille aimantée est de se diriger vers le Nord; et comme l'on sait que le Sud est opposé au nord, que l'Est est à la droite de ce dernier, et l'Ouest à sa gauche : une fois que l'on a la position Nord, on connaît évidemment celle des trois autres points cardinaux.

PROBLÈMES USUELS DE GÉOMÉTRIE PRATIQUE.

1° *Diviser une ligne droite ou un arc de cercle en deux parties égales.* — Des points extrêmes A et B (fig. 28), avec une ouverture de compas plus grande que la moitié de la ligne ou de l'arc, décrivez au-dessus et au-dessous de A B de petits arcs se coupant en C et en D; la droite CD qui les réunit divise la ligne ou l'arc en deux parties égales; la ligne C D est de plus perpendiculaire sur la droite A B, et elle se dirige au centre de l'arc.

2° *Diviser une droite en plusieurs parties égales, en cinq par exemple.* — De l'un des points extrêmes E de la droite donnée E F (fig. 29), tracez une ligne indéfinie EN formant un angle quelconque avec la ligne donnée; portez cinq fois, à partir de E, sur la ligne E N une longueur quelconque E′; joignez le dernier point de division 5 au point F, puis, par chacun des autres points de division, menez la ligne 44′ 33′ 22′ 11′, parallèlement à la ligne 5 F, la droite donnée E F se trouvera divisée en cinq parties égales. Ce problème s'étend à toutes les divisions égales que l'on veut obtenir sur une droite donnée; il faut seulement avoir soin de porter sur la ligne angulaire indéfinie E N autant de divisions égales, mais dont la longueur est quelconque.

3° *Trouver le centre d'un cercle déjà décrit.* — Prenez sur la circonférence du cercle (fig. 30) trois points A, B, C, joignez-les par deux lignes droites A B, B C; élevez sur chacune d'elles une perpendiculaire, le point de rencontre O des perpendiculaires D O, G O est le centre du cercle. Ce problème reçoit son application dans les ateliers pour trouver le centre des roues.

4° *Faire un angle égal à un angle donné.* — Tracez du sommet A de l'angle donné (fig. 31) un arc de cercle qui coupe les côtés au point *c*, *d*. Prenez une droite A′ *c′*; du point A′, comme centre, décrivez le même arc de cercle, sur lequel vous portez de *c′* en *d′* la longueur *c d*; joignez A′ *d′*, et l'angle A′ sera égal à l'angle A comme ayant pour mesure le même arc de même rayon.

5° *Diviser un angle en deux parties égales.* — Du sommet A de l'angle B A C (fig. 32) décrivez un arc *g h*; des points *g* et *h*, comme centres, décrivez des arcs se coupant en D, et la ligne A D divise l'angle donné en deux parties égales.

6° *Un carré étant donné, évaluer un carré égal à la moitié de la surface.* — Soit le carré A (fig. 33); pour déterminer un carré dont la superficie soit moitié de ce carré, divisez deux côtés adjacents en vingt-quatre parties égales, prenez sur chacun d'eux dix-sept parties, le carré B construit sur les dix-sept divisions présente la moitié de la superficie du carré A.

Le tracé est le même pour trouver un rectangle, un triangle ou un quadrilatère quelconques, dont la superficie soit la moitié d'un rectangle, d'un triangle ou d'un quadrilatère quelconques donnés : ainsi le triangle B est moitié en surface de celui A (fig. 34).

Le carré C, établi sur douze divisions, présenterait une superficie égale au quart de la surface du carré A (fig. 33).

7° *Un cercle étant donné, construire un autre cercle égal à la moitié de la superficie du premier.* — Divisez le diamètre du cercle A (fig. 35) en vingt-quatre parties. Le cercle B, qui a pour diamètre dix-sept de ces divi-

sions, présente une superficie moitié de celle du cercle A.

Le cercle C, qui a pour diamètre douze divisions, a une superficie égale au quart de celle du cercle A; le croissant D a pour superficie moitié de la surface du cercle A, et le croissant H, le quart de la superficie du même cercle A.

8° *Trouver le côté d'un carré qui sera un certain nombre de fois la surface d'un carré donné.* — Soit ABCD le carré donné (fig. 36); la diagonale BD sera le côté d'un carré AEFG double en surface du premier. En menant la diagonale BG et construisant dessus le carré AHKL, ce dernier aura trois fois la surface du premier, etc.

9° *Trouver le diamètre d'un cercle qui sera un certain nombre de fois la surface d'un cercle donné.* — Soit ABCD le cercle donné (fig. 37); menez les deux diamètres perpendiculaires AB, CD, la corde AD sera le rayon du cercle *o*F dont la superficie est double de celle du premier cercle, et motié de cette même corde AD sera le rayon d'un cercle *o*H dont la surface égale moitié de la superficie du cercle ABCD.

10° *Un cercle étant donné, trouver un carré égal en superficie.* — Divisez le cercle A (fig. 38), en quatre parties par deux diamètres perpendiculaires; divisez l'un des rayons en quatre parties, portez une de ces parties sur le prolongement des diamètres, et joignez l'extrémité des diagonales; vous formerez le carré MNOP dont la superficie est équivalente à celle du cercle A.

11° *Trouver le plus grand rectangle en surface que l'on puisse découper dans une pièce ronde.* — Soit ABCD

(fig. 39), le cercle donné; menez le diamètre AC et divisez-le en trois parties égales A*l*, *lm*, *m*C. Élevez la perpendiculaire *m*D; joignez DC et DA; puis menez AB égal et parallèle à DC; tracez de même BC égal et parallèle à AD, vous aurez trouvé le plus grand rectangle en surface du cercle ABCD. — Ce problème permet de trouver la section transversale de la plus forte poutre qu'il soit possible de découper dans une pièce ronde de charpente.

12° *Construire une ellipse, connaissant les deux axes perpendiculaires.* — Soient le grand axe AB et le petit axe CD (fig. 40); du point de rencontre *o* de ces axes portez en *c* et en *d* les distances *o c*, *o d*, égales à la différence des demi-axes, et joignez *c d*; portez la moitié de *cd* de *c* en *k*: alors la longueur *o k*, portée en *m*, *n*, *p*, donne les quatre centres *k*, *m*, *n*, *p* des arcs qui forment la courbe de l'ellipse. En réunissant ces centres les lignes prolongées donnent les points limites *r*, *s*, *t*, *v* des quatre arcs de cercle.

MESURES DES SOLIDES.

Le volume ou la solidité d'un corps est l'étendue qu'il embrasse en longueur, largeur et hauteur.

Le volume d'un corps est déterminé lorsqu'on connaît le nombre de fois qu'il peut contenir le mètre cube, le décimètre cube ou le centimètre cube.

On entend par surface latérale d'un solide, son développement sans les bases. Les ferblantiers, les chaudronniers, les découpeurs, ont constamment besoin de connaître la surface développée des divers objets.

RÈGLES ET PROBLÈMES.

Parallélipipède. — Le volume d'un parallélipipède s'obtient en multipliant la surface de sa base par sa hauteur.

Ex. : Le volume V d'un parallélipipède, dont la base mesure $2^{m.q.}20$ et qui a pour hauteur $1^{m}10$, est V = $2^{m.q.}20 \times 1^{m}10 = 2^{m.c.}42$.

Lorsque le parallélipipède est un cube parfait, c'est-à-dire ayant toutes ses dimensions égales, son volume est égal à l'un de ses côtés élevé à la troisième puissance.

Ex. : Le volume V d'un cube qui a pour côté $1^{m}40$ est $V = (1^{m}40)^3$ ou $1^{m}40 \times 1^{m}40 \times 1^{m}40 = 2^{m.c.}744$.

En général, le volume d'un prisme droit, quelle que soit sa base, est égal au produit de cette base par sa hauteur.

Cylindre (fig. 21). — Le volume d'un cylindre est égal au produit du cercle qui lui sert de base par sa hauteur.

Quel est le volume V d'un cylindre en fer plein, dont le rayon égale $0^{m}20$ et dont la longueur est de $1^{m}08$?

La surface S de la base $= \pi r^2 = 3{,}1416 \times (0{,}20)^2 = 0^{m.q.}1256$; alors $V = 0^{m.q.}1256 \times 1^{m}08 = 0^{m.c}1356$.

La formule de la surface d'un cercle est également $\frac{\pi d^2}{4}$. Or, le diamètre $d = 2r$ ou $2 \times 0{,}20 = 0{,}40$, et la surface s'exprime aussi par :

$$\frac{3{,}1416 \times (0{,}4)^2}{4} = 0^{m.q.}1256,$$

alors le volume V = $0^{m.q.}1256 \times 1^{m}08 = 0^{m.c.}1356$.

Le développement ou la surface latérale d'un cylindre est égal à la circonférence de sa base multipliée par sa hauteur.

Dans l'exemple précédent, la circonférence de la base du cylindre s'exprime par : $2\pi r = 2 \times 3{,}1416 \times 0{,}20 = 1{,}2566$. Alors le développement du cylindre égale $1{,}2566 \times 1{,}08 = 1^{m.q.}35$.

Pyramide (fig. 22). — Le volume d'une pyramide polygonale est égal au produit de sa base par le tiers de sa hauteur.

Ex. : Soit une pyramide dont la surface de la base égale $5^{m.q.}20$ et dont la hauteur égale $1^{m}40$, on a :

$$V = \frac{5^{m.q.}20 \times 1^{m}40}{3} = 2^{m.c.}426.$$

Ainsi, le volume d'une pyramide correspond au tiers du volume d'un prisme de même base et de même hauteur.

Cône (fig. 22). — Le volume d'un cône droit est égal au produit de sa base par le tiers de sa hauteur.

Ex. : Le volume d'un cône qui a pour diamètre à la base $1^{m}7$ et dont la hauteur verticale égale $2^{m}4$, s'exprime par la formule :

$$V = \frac{\pi d^2}{4} \times \frac{h}{3} = \frac{3{,}1416 \times (1^{m}7)^2}{4} \times \frac{2^{m}4}{3} = 1^{m.c.}816$$

Le développement d'un cône, sans la base, s'obtient en multipliant la circonférence de la base par sa génératrice et en divisant le produit par 2.

Ex. : Le développement d'un cône dont le diamètre

est de 1^m7 et dont la génératrice est de 2^m8 égale :

$$\frac{3,1416 \times 1^m7 \times 2^m8}{2} = 7^{m.q.}476.$$

Tronc de pyramide (fig. 24). — La solidité d'un tronc de pyramide s'obtient par la règle suivante : A la somme des surfaces des bases, ajoutez la racine carrée de leur produit, multipliez cette somme par la hauteur perpendiculaire, le tiers du produit exprimera la solidité.

Ex. : La solidité d'un bloc de pierre en forme d'un tronc de pyramide dont la hauteur $= 1^m25$, qui a pour surface de sa base inférieure $2^{m.q.}5$ et pour celle de sa base supérieure $1^{m.q.}8$, soit $S = 2^{m.q.}5 + 1^{m.q.}8 = 4^{m.q.}3$.

$$\text{Puis } 2^{m.q.}5 \times 1^{m.q.}8 = 4^{m.q.}5.$$

$$\text{Et } \sqrt{4,5} = 2^{m.q.}12.$$

$$\text{Alors } 4^{m.q.}3 + 2^{m.q.}12 = 6^{m.q.}42$$

$$\text{et } V = \frac{6,42 \times 1,25}{3} = 2^{m.c.}675, \text{ solidité.}$$

Tronc de cône (fig. 23). — *Règle :* Au produit des deux diamètres des bases, ajoutez la somme de leurs carrés, multipliez cette somme par la hauteur perpendiculaire et par 0,2618, le produit sera la solidité du tronc de cône.

Ex. : Quelle est la solidité d'un tronc de cône dont le diamètre de la base inférieure égale 1^m6, celui de la base supérieure $= 0^m9$, et dont la hauteur verticale $= 2^m01$?

Le produit des diamètres $= 1^m6 \times 0,9 = 1^{m.q.}44$; la somme de leurs carrés $= (1^m6)^2 + (0,9)^2 = 3^{m.q.}37$.

Le volume $V = (1^{m.q.}44 + 3^{m.q.}37) \times 2^{m}01 \times 0,2618 = 2^{m.c.}53.$

Le développement latéral d'un cône tronqué se détermine par la règle suivante : Multipliez la somme des circonférences supérieure et inférieure par la génératrice inclinée, moitié du produit sera la surface latérale inclinée.

Ex. : En supposant le tronc de cône précédent et sa génératrice égale à $2^{m}4$, le développement est exprimé par :

$$\frac{(3,1416 \times 1^{m}6) + (3,1416 \times 0^{m}9)}{2} \times 2^{m}4 = 9^{m.q.}424.$$

Sphère (fig. 25). — Une sphère est déterminée lorsqu'on connaît son rayon ou son diamètre ; sa surface est égale à quatre fois celle d'un cercle de même diamètre.

Règle : Multipliez le carré du diamètre d'une sphère par 3,1416, le produit en sera le développement.

Ex. : Une sphère a pour diamètre $0^{m}25$, quelle est sa surface développée ? On a $(0,25)^2 \times 3,1416 = 0^{m.q.}196$.

Le volume de la sphère est égal à sa surface multipliée par le tiers du rayon, ce qui donne lieu à la règle suivante simplifiée : Multipliez le cube du diamètre par 0,5236, le produit sera la solidité de la sphère.

Ainsi, le volume d'une sphère qui a pour diamètre $0^{m}25$ est $V = (0,25)^3 \times 0,5236 = 0^{m.c.}00818$.

Calotte, zone, secteur, segment, onglet et tranche sphériques. — La surface d'une zone ou d'une calotte sphérique (fig. 26) est égale à la circonférence du cercle de la sphère multipliée par la hauteur de la calotte ou de la zone,

$$\text{ou } S = 2\pi R \times H.$$

Ex. : La surface S d'une calotte dont la hauteur H $= 0^{m}15$ et le rayon R de la sphère = 0,75 est : $S = 2 \times 3{,}1416 \times 0{,}75 \times 0{,}15 = 0{,}7065$.

Le volume d'un secteur sphérique est égal au produit de la calotte qui lui sert de base par le tiers du rayon de la sphère.

La formule correspondante est donc :

$$V = 2\pi R \times H \times \frac{R}{3} = \frac{2}{3}\pi \times R^2 H = 2{,}094 \times R^2 \times H.$$

Ex. : Le volume du secteur qui a pour base la surface de la calotte précédente est donc :

$$V = 2{,}094 \times (0{,}75)^2 \times 0{,}15 = 0^{m.c.}1766.$$

Le volume d'un segment est égal à la surface du cercle qui a pour rayon la corde multipliée par le sixième de sa hauteur,

$$\text{ou } V = \pi R^2 \times \frac{H}{6} = 0{,}5296 \times R^2 \times H.$$

Ex. : Soit $R = 0{,}65$ et $H = 0{,}15$, le volume est :

$$V = 0{,}5296 \times (0{,}65)^2 \times 0{,}15 = 0^{m.c.}033.$$

Le volume d'un onglet sphérique est égal au fuseau qui lui sert de base, multiplié par le tiers du rayon.

Sa formule est : $V = \frac{2}{3} A \times R^2$,

A exprimant l'arc du fuseau.

Le volume d'une tranche sphérique est égal à la demi-somme de ses bases, multipliée par sa hauteur, plus la solidité de la sphère décrite sur cette hauteur comme diamètre.

Sa formule est : $V = \left(\frac{\pi R^2 + \pi R'^2}{2}\right) \times H + \frac{\pi H^3}{6}$.

APPLICATION DES RÈGLES PRÉCÉDENTES A UNE CHAUDIÈRE CYLINDRIQUE A VAPEUR. — *Ex.* : Quelle est la contenance d'une chaudière à vapeur ayant la forme ordinaire, celle d'un cylindre avec extrémités sphériques, en supposant que la longueur de la partie cylindrique = 3 mètres sans les bouts, son diamètre = $0^{m}85$ et la flèche des calottes extrêmes égale au rayon ou moitié du diamètre (fig. 27)? (Les deux demi-calottes réunies ont pour volume la sphère de même diamètre.)

Volume de la partie cylindrique ou $V = 0{,}7854 \times (0{,}85)^2 \times 3^{m} = 1^{m.c.}707$.

Volume des deux calottes ou $V' = 0{,}5236 \times (0{,}85)^3 = 0^{m.c.}321$.

Volume total de la chaudière ou $V + V' = 1^{m.c.}707 + 0^{m.c.}321 = 2^{m.c.}028$.

Ainsi cette chaudière contiendrait $2^{m.c.}028$ ou 2028 litres d'eau.

PESANTEUR SPÉCIFIQUE.

La densité, ou pesanteur spécifique d'un corps, est son poids sous l'unité de volume.

L'eau distillée sert d'unité de poids à tous les corps solides et liquides, et l'air est adopté pour unité de poids comparatif des fluides élastiques ou gaz.

L'unité décimale de pesanteur est le gramme, qui équivaut au poids d'un centimètre cube d'eau distillée à la température de 4 degrés centigrades au-dessus de zéro.

TABLE PAR ORDRE DE DENSITÉ

DES PESANTEURS SPÉCIFIQUES DES PRINCIPAUX CORPS SOLIDES.

NOMS DES SUBSTANCES.	PESANTEUR SPÉCIFIQUE MOYENNE ou poids d'un décimètre cube.	POIDS MOYEN du MÈTRE CUBE.
	kilog.	kilog.
Liége	0,240	240
Peuplier ordinaire	0,383	383
Sapin blanc	0,498	498
Noyer	0,671	671
Pommier	0.793	793
Frêne	0,845	845
Hêtre	0,852	852
Bois de France	0,912	912
Pierre ponce	0,915	915
Chêne	0,925	925
Acajou	1,063	1063
Craie	1,285	1285
Houille compacte	1,329	1329
Ivoire	1,826	1826
Briques	1,870	1870
Pierre à plâtre	2,168	2168
Maçonnerie de moellons	2,240	2240
Grès de paveur	2,415	2415
Pierre meulière	2,484	2484
Marbre	2,717	2717
Zinc fondu	7,100	7100
Fonte de fer	7,207	7207
Étain fondu	7,291	7291
Fer en barre	7,788	7788
Acier non écroui	7,816	7816
Cuivre rouge fondu	8,788	8788
Cuivre rouge en fil	8,879	8879
Argent fondu	10,474	10474
Plomb coulé	11,352	11352
Mercure	13,586	13586
Or pur fondu	19,258	19258
Or pur forgé	19,362	19362
Platine forgé	20,337	20337
Platine laminé	22,069	22069

Le kilogramme vaut 1000 grammes, et équivaut au poids de 1000 centimètres cubes d'eau ou d'un litre, qui n'est autre que l'équivalent d'un cube d'un décimètre de long, de haut et de large; ainsi, un kilogramme égale le poids d'un centimètre cube d'eau.

Cette relation du poids au volume est très-importante; car, connaissant les densités ou pesanteurs spécifiques des corps, on pourra facilement déterminer les poids des corps d'après leur volume.

USAGES DE LA TABLE PRÉCÉDENTE.

1er *Ex.* : Quel est le poids d'une poutre en chêne cubant $1^{m.c.}25$? D'après la table, la densité du mètre cube de chêne est de 925 kilog.

On a alors : $925 \times 1^{m.c.}25 = 1156^{k}25$.

2e *Ex.* : Un cylindre massif en fonte cube $0^{m.c.}1356$, quel est son poids? La densité de la fonte au mètre cube correspond dans la table à 7207 kilog. Le poids du cylindre massif donne :

$$7207 \times 0^{m.c.}1356 = 977^{k}26.$$

3e *Ex.* : On demande le volume V et le poids P d'un cylindre creux en fonte dans les dimensions suivantes :

Diamètre moyen ou $D = 0^{m}53$, épaisseur $E = 0^{m}06$, et hauteur $H = 1^{m}20$.

On a $V = 3{,}1416 \times 0{,}53 \times 1^{m}20 \times 0{,}06 = 0^{m.c.}11988$.

Or, le poids d'un mètre cube de fonte (voir le tableau précédent) est de 7207 kilog.

En conséquence, le poids P du cylindre $= 0^{m.c.}11988 \times 7207 = 863^{k}975$.

TABLE DES FERS CARRÉS ET RONDS

POUR UNE LONGUEUR DE 1 MÈTRE.

DIAMÈTRES ou côtés en millimèt.	FERS CARRÉS poids en kilog.	FERS RONDS poids en kilog.	DIAMÈTRES ou côtés en millimèt.	FERS CARRÉS poids en kilog.	FERS RONDS poids en kilog.
1	0,0078	0,0066	31	7,495	5,872
2	0,031	0,022	32	7,985	6,248
3	0,070	0,044	33	8,494	6,668
4	0,124	0,092	34	9,016	7,060
5	0,195	0,152	35	9,555	7,488
6	0,280	0,212	36	10,108	7,920
7	0,382	0,288	37	10,678	8,364
8	0,499	0,380	38	11,263	8,820
9	0,631	0,488	39	11,863	9,300
10	0,780	0,612	40	12,480	9,788
11	0,943	0,732	41	13,111	10,276
12	1,123	0,868	42	13,759	10,776
13	1,318	1,020	43	14,422	11,300
14	1,528	1,188	44	15,100	11,836
15	1,755	1,368	45	15,795	12,384
16	1,996	1,556	46	16,504	12,936
17	2,254	1,750	47	17,230	13,504
18	2,527	1,968	48	17,974	14,080
19	2,815	2,200	49	18,727	14,680
20	3,120	2,244	50	19,500	15,292
21	3,439	2,688	55	23,595	18,502
22	3,775	2,944	60	28,080	22,024
23	4,126	3,204	65	32,955	25,842
24	4,482	3,512	70	38,220	29,968
25	4,875	3,816	75	43,875	34,412
26	5,272	4,124	80	49,920	39,160
27	5,686	4,448	85	56,355	44,202
28	6,115	4,784	90	63,180	49,556
29	6,559	5,136	95	70,395	55,218
30	7,020	5,504	100	78,000	61,159

Règle. D'après cette table, pour trouver le poids d'une barre de fer d'une longueur quelconque, il suffit de multiplier cette longueur par le nombre de la table correspondant au côté du carré ou du diamètre.

TABLES DU POIDS D'UN MÈTRE COURANT

DE TUYAUX EN FONTE ET EN PLOMB.

FONTE.

DIAMÈTRE intérieur en centimèt.	POIDS EN KILOGRAMMES POUR LES ÉPAISSEURS DE					
	10 mill.	11 mill.	12 mill.	13 mill.	14 mill.	15 mill.
	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.
10	24,9	27,6	30,4	33,2	36,1	39,0
12	29,4	32,6	35,8	39,1	42,4	45,8
14	33,9	37,6	41,3	45,0	48,8	52,6
16	38,4	42,5	46,7	50,9	55,1	59,4
18	43,9	47,5	52,1	56,7	61,4	66,1
20	47,5	52,5	57,1	62,6	67,7	72,9
22	52,0	57,4	63,0	68,5	74,1	79,7
24	56,5	62,4	68,4	74,4	80,4	86,5
26	61,1	67,4	73,8	80,3	86,8	93,3
28	66,6	72,4	79,2	86,2	93,1	100,1
30	70,1	77,4	84,7	92,0	99,4	106,9
32	74,6	82,3	90,1	97,9	105,8	113,7
34	79,2	87,3	95,5	103,8	112,1	124,4
36	83,7	92,3	101,0	109,7	118,4	127,2
38	88,2	97,3	106,4	115,6	124,7	134,0
40	92,7	102,2	111,8	121,4	131,1	140,8
42	97,3	107,2	117,3	127,3	137,4	147,6
44	101,8	112,2	122,7	133,2	143,8	154,3
46	106,3	117,2	128,1	139,1	150,1	161,1
48	110,8	122,2	135,5	145,0	156,4	167,9
50	115,3	127,1	139,0	150,8	162,8	174,7

PLOMB.

DIAMÈTRE intérieur en centimèt.	POIDS EN KILOGRAMMES POUR LES ÉPAISSEURS DE					
	3 mill.	4 mill.	5 mill.	6 mill.	8 mill.	9 mill.
	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.
2	2,4	3,4	4,4	»	»	»
3	3,5	4,8	6,2	7,7	»	»
4	4,6	6,3	8,0	9,8	»	»
5	5,7	7,7	9,8	12,0	»	»
6	6,7	9,1	11,6	14,1	»	»
7	7,8	10,5	13,4	16,3	22,2	»
8	8,9	12,0	15,0	18,5	25,1	»
9	9,9	13,4	16,8	20,6	27,9	31,8
10	11,0	14,8	18,6	22,2	30,8	35,0
11	12,1	16,3	20,4	24,9	33,6	38,2
12	13,1	17,7	22,2	27,1	36,5	41,4
13	14,2	19,1	24,0	29,1	39,3	44,6
14	15,3	20,5	25,7	31,2	42,2	47,8
15	16,4	22,0	27,5	33,3	45,0	51,0
16	17,4	23,4	29,3	35,4	47,9	54,2
17	18,5	25,0	31,1	37,6	50,7	57,5
18	19,6	26,3	32,9	39,7	53,6	60,7
19	20,6	27,8	34,7	41,8	56,5	63,9
20	21,7	29,2	36,4	44,1	59,4	67,1

TABLE DU POIDS D'UN MÈTRE COURANT

DE TUYAUX EN FER LAMINÉ OU ÉTIRÉ AU BLANC.

DIAMÈTRE extérieur en millimèt.	POIDS EN KILOGRAMMES POUR LES ÉPAISSEURS DE				
	1 mill. 1/2.	2 mill.	3 mill.	4 mill.	5 mill.
	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.
10	0,3	0,4	»	»	»
15	0,5	0,6	0,9	»	»
20	0,7	0,9	1,2	»	»
25	0,9	1,1	1,6	»	»
30	1,0	1,4	2,0	2,5	»
35	1,2	1,6	2,3	3,0	3,2
40	1,4	1,9	2,7	3,6	4,3
45	1,6	2,1	3,1	4,0	4,9
50	1,8	2,3	3,4	4,5	5,5
55	2,0	2,6	3,8	5,0	6,1
60	2,1	2,8	4,2	5,5	6,7
65	2,2	3,1	4,5	6,0	7,5
70	2,4	3,3	4,9	6,5	7,9
75	2,6	3,6	5,3	7,0	8,5
80	2,9	3,8	5,6	7,4	9,1
85	3,1	4,1	6,0	7,9	9,8
90	3.2	4,3	6,4	8,4	10,4
95	3,4	4,5	6,7	8,9	11,0
100	3,6	4,8	7,1	9,4	11,6
105	3,8	5,0	7,5	9,9	12,2
110	4,0	5,3	7,9	10,4	12,9

NOTA. — Ces tables ont l'avantage de donner à première vue les résultats cherchés, sans avoir à effectuer les calculs qui sont toujours assez longs, surtout lorsqu'il s'agit de tubes ou cylindres creux.

CHAPITRE IV

MÉCANIQUE

DÉFINITIONS, PRINCIPES ET MACHINES.

Les corps se subdivisent en trois classes distinctes : corps solides, corps liquides, corps gazeux.

Les corps à l'état solide sont les pierres, les bois, les métaux. L'eau, les liqueurs, les boissons, constituent les liquides.

Les corps gazeux comprennent l'air, l'oxygène, l'hydrogène et les vapeurs provenant des liquides soumis à l'action de la chaleur.

Tous les corps abandonnés à eux-mêmes tombent sur la terre en suivant une verticale indiquée par le fil à plomb. Cet effet, désigné sous le nom de pesanteur ou gravité, est dû à l'attraction de la terre sur tous les corps placés à sa surface.

La masse d'un corps est la quantité de matière qu'il renferme ; c'est la réunion des parcelles et molécules qui le composent. Le volume d'un corps est la place qu'il occupe dans l'espace ; le volume peut varier, il peut se comprimer et s'étendre comme la gomme élastique, le caoutchouc, mais la masse ne change pas.

L'effort capable de s'opposer à la chute d'un corps fait équilibre au poids de ce corps.

Le poids d'un corps s'obtient en multipliant sa masse

par g ou $9^m 81$, valeur de la vitesse acquise par les corps au bout de la première seconde de leur chute.

En admettant que M, la masse d'un corps, égale 3, son poids P sera $3 \times 9{,}81 = 29^k 43$.

La masse d'un corps s'obtient en divisant son poids par g. Ainsi un corps de poids $P = 29^k 43$ aura pour masse $M = \frac{29^k 43}{9{,}81} = 3$.

On appelle effort ou force la cause qui change l'état d'un corps, soit pour le mettre en mouvement quand il est au repos, soit pour l'arrêter quand il est en mouvement. Toute force qui donne le mouvement à un corps s'appelle *force motrice*, ou simplement *moteur*, et le corps entraîné prend le nom de *mobile*.

On entend aussi par puissance toute force qui tend à produire ou à favoriser le mouvement, et par résistance la force qui tend au contraire à empêcher ou à retarder le mouvement.

Dans les machines, la puissance doit vaincre la résistance directe, puis les résistances indirectes, comme les frottements, les chocs, la résistance de l'air, etc.; aussi faut-il toujours employer une force motrice supérieure à l'effort à vaincre. Cette observation exclut toute possibilité de mouvement perpétuel applicable à l'industrie.

Une force, quelle qu'elle soit, peut toujours être exprimée en kilogrammes, car on peut mesurer par des poids la résistance qui lui fait équilibre. Ainsi, s'il faut appliquer à l'extrémité d'une corde enroulée sur une poulie un poids de 15 kil., pour s'opposer à l'action d'une force de pression ou de traction, on dira que cette force est de 15 kilogrammes.

On considère dans une force, 1° son point d'application, c'est-à-dire le point où elle agit; 2° sa direction; 3° sa grandeur ou son intensité.

Quand plusieurs forces agissent sur un corps, elles prennent le nom de composantes, et le résultat de l'action de ces forces s'appelle résultante.

La résultante de plusieurs forces qui agissent sur le même objet, dans le même sens et sur la même ligne droite, est égale à leur somme. Ainsi l'effort total ou actif de trois hommes pour entraîner un fardeau, en agissant sur la même ligne et avec des efforts, le premier de 20 kil., le deuxième de 25, et le troisième de 28, sera de 73 kilogrammes.

Quand deux forces agissent dans une direction opposée, la résultante égale leur différence. Si un homme emploie une force de 35 kil. pour remonter un bateau, contre un courant qui présente une résistance de 12 kil., la résultante ou force active ne sera que de 23 kilogrammes.

Lorsqu'un corps est mis en mouvement par l'action de deux forces formant un angle donné et représentées en grandeur et en direction par les lignes *a b, a c* (fig. 41, pl. 2), la diagonale *a d* du parallélogramme *a b d c*, construit sur les lignes *a b, a c*, exprime la direction que suivra le mobile et la grandeur ou l'intensité de l'impulsion qui lui est communiquée.

Ce principe, qui est applicable à un nombre quelconque de forces formant angle entre elles, et ramenées à deux forces équivalentes à leur sommet, se généralise ainsi : quand un mobile est sollicité par deux forces ou est animé de deux vitesses suivant un angle donné, sa

direction et sa force impulsive ou sa vitesse seront exprimées par la diagonale du parallélogramme construit sur les intensités de ces forces ou vitesses.

Le système de halage employé pour remonter le courant des rivières est une application de ces principes : des hommes ou des chevaux placés sur chaque rive (fig. 42) sont attelés à des câbles ou chaînes qui se fixent au bateau, et le forcent à remonter en ligne droite le courant de la rivière.

Pour que le bateau suive le milieu de la rivière ou du canal, il faut que les efforts soient égaux et que les cordes ou chaînes soient égales, et la résultante ou force active sera d'autant plus avantageuse que l'angle des cordes sera petit, ce qui revient à dire qu'il faut employer des chaînes ou des cordes aussi longues que possible.

Espace, vitesse. — La subdivision des heures en minutes, et des minutes en secondes, permet de mesurer le temps écoulé entre deux instants quelconques, avec autant de facilité que l'on mesure les longueurs ou les distances.

On appelle espace le chemin parcouru dans un temps quelconque; et l'espace parcouru par un corps dans une seconde prend le nom de vitesse : la vitesse s'exprime généralement en mètres.

Mouvement. — Dans tous les cas d'action directe des forces il y a vitesse imprimée par cela même qu'il y a action d'une force; donc il y a mouvement.

On distingue deux espèces de mouvements : le mouvement uniforme et le mouvement varié.

Un corps a un mouvement uniforme quand il par-

court des espaces égaux dans des temps égaux. Si, par exemple, un corps parcourt 5 mètres dans la première seconde, 5 mètres dans la deuxième seconde, et ainsi de suite, le mouvement est dit uniforme.

En représentant par E l'espace, par V la vitesse et par T le temps, la formule $E = V \times T$ indique que l'espace égale la vitesse multipliée par le temps.

1er *Ex.* : La vitesse d'un corps soumis à un mouvement uniforme est de 3 mètres, quel espace aura-t-il parcouru au bout de 10 secondes?

$$E = 3 \times 10 = 30 \text{ mètres.}$$

De la formule précédente $E = V \times T$, on obtient $V = \frac{E}{T}$ c'est-à-dire que la vitesse par seconde égale l'espace divisé par le temps.

2e *Ex.* : L'espace parcouru pendant 10 secondes est de 30 mètres, qu'elle est la vitesse?

$$V = \frac{30}{10} = 3 \text{ mètres.}$$

Les roues d'engrenage des machines sont, ainsi que la plupart des transmissions, généralement animées d'un mouvement uniforme.

Mouvement varié. — Quand un corps parcourt dans des temps égaux des espaces qui augmentent ou diminuent toujours de la même quantité, le mouvement est dit : uniformément varié.

L'espace dans le mouvement uniformément varié égale la demi-somme des vitesses extrêmes multipliée par le temps en secondes.

1er *Ex.* : Quel est l'espace parcouru au bout de 4 se-

condes par un mobile dont la vitesse au point de départ est de 2 mètres, et au bout de ce temps est égale à 6 mètres?

$$E = \frac{2 + 6}{2} \times 4 = 16 \text{ mètres.}$$

2e *Ex.* : Quel est l'espace parcouru au bout de 4 secondes par un mobile qui, au point de départ, possède une vitesse de 6 mètres, laquelle, au dernier moment, se trouve réduite à 2 mètres?

$$E = \frac{6 + 2}{2} \times 4 = 16 \text{ mètres.}$$

On voit, par ce double exemple, qu'à conditions égales l'espace parcouru est le même dans le mouvement, uniformément retardé ou accéléré.

La vitesse, au bout d'un certain temps, dans le mouvement uniformément accéléré, égale la vitesse primitive plus le produit du temps en secondes par l'accroissement de vitesse par seconde.

1er *Ex.* : Quelle est la vitesse d'un corps au bout de 8 secondes, en supposant la vitesse primitive = 1, et en admettant que cette vitesse augmente de 3 mètres par chaque seconde;

$$V = 1 + (8 \times 3) = 25 \text{ mètres.}$$

La vitesse que doit posséder un corps au bout d'un certain temps, dans le mouvement uniformément retardé, est égale à la vitesse au départ moins le produit du temps en secondes par la diminution de vitesse par seconde.

2e *Ex.* : Un corps part avec une vitesse de 22 mètres par seconde, et cette vitesse diminue successivement

de 2 mètres par seconde, quelle sera la vitesse de ce corps au bout de dix secondes?

$$V = 22 - (2 \times 10) = 2 \text{ mètres.}$$

CHUTE DES CORPS. — Lorsque les corps tombent par leur propre poids, les vitesses qu'ils acquièrent sont proportionnelles aux temps écoulés, tandis que les espaces parcourus sont comme les carrés des temps.

On a reconnu par expérience qu'un corps tombant librement de l'état de repos parcourt un espace de 4m904 pendant la première seconde, et acquiert au bout de ce temps une vitesse égale à 9m81.

D'après cela, si les temps d'observation sont :

	1″.	2″.	3″.	4″.
Les vitesses correspondantes en mètres seront............	9m81	19m6	29m4	39m2
Les espaces parcourus à la fin de chaque temps seront...	4m9	19m6	44m1	78m4
Les espaces parcourus pendant chaque temps seront......	4m9	14m7	24m5	34m3
C'est-à-dire, d'après ce tableau, que si les temps sont comme les nombres.....	1	2	3	4 etc.
Les vitesses seront aussi comme	1	2	3	4
Les espaces parcourus seront comme les carrés ou.......	1	4	9	16
Et les espaces pour chaque temps comme les nombres impairs.	1	3	5	7

Ces principes sont applicables à tous les corps, quel que soit leur poids, parce que la pesanteur agit uniformément sur tous les corps, surtout quand cette chute a lieu dans un espace vide d'air.

— La vitesse qu'un corps acquiert dans un temps donné en tombant librement, se détermine en multipliant le temps en secondes par $9^m 81$.

Ex. : Soit à trouver la vitesse acquise par un corps au bout de 12 secondes : $V = 12 \times 9{,}81 = 117^m 72$.

— Lorsqu'un corps tombe d'une hauteur H, la vitesse qu'il a acquise au bas de cette chute est donnée par la formule $V = \sqrt{2gH}$ ou $V = \sqrt[2]{19{,}62 \times H}$, ce qui conduit à la règle suivante : Multipliez la hauteur donnée en mètres par 19,62, la racine carrée de ce produit exprimera la vitesse en mètres par seconde au bout de la chute H.

Ex. : Quelle est la vitesse acquise par un corps après une chute de 65 mètres?

$$V = \sqrt{19{,}62 \times 65} = 35^m 7.$$

De la formule précédente $V = \sqrt{2gH}$ on obtient $V^2 = 2gH$, puis $H = \frac{V^2}{2g}$ ou $\frac{V^2}{19{,}62}$, d'où est tirée la règle suivante : Divisez le carré de la vitesse par 19,62, le quotient exprimera la hauteur de laquelle un corps est tombé, sa vitesse au départ étant nulle.

Ex. : Un corps possède une vitesse de $35^m 7$; de quelle hauteur H est-il tombé pour acquérir cette vitesse?

$$H = \frac{(35^m 7)^2}{19{,}62} = 65 \text{ mètres, hauteur de la chute.}$$

Travail mécanique. — Travailler, c'est vaincre pendant un certain temps des résistances sans cesse renouvelées dans la durée de ce temps : ainsi, limer, scier, raboter, traîner des fardeaux, est un travail.

Le travail mécanique résulte de l'action simple d'une force sur une résistance qui lui est directement opposée, et qu'elle détruit continuellement en faisant parcourir un certain chemin au point d'application de cette résistance et dans sa direction propre.

D'après cette définition, le travail mécanique de tout moteur est le produit de deux quantités indispensables : 1° l'effort ou la pression exercée; 2° le chemin parcouru ou la vitesse; et ce travail augmente avec la pression et avec la vitesse.

Si, par exemple, la pression exercée est de 4 kilog. avec une vitesse de 1 mètre, le travail sera exprimé par $4 \times 1 = 4$.

Si la vitesse double, le travail deviendra $4 \times 2 = 8$, il aura doublé; et si la vitesse étant doublée, ou égale à 2 mètres, la pression est devenue égale à 8 kilog., le travail sera $8 \times 2 = 16$, il aura quadruplé.

Ainsi il est constant que le travail mécanique grandit avec la pression et la vitesse.

On a adopté pour unité de travail mécanique le kilogramme élevé à 1 mètre, le produit prend le nom de kilogrammètre, qui s'écrit kgm. Ainsi, quand l'effort exercé est de 20 kilog., et que l'espace parcouru par son point d'application est de 2 mètres, le travail est exprimé par $40^{kgm.}$ ou 40 kilogr. élevés à la hauteur de 1 mètre.

Le travail ou l'effet utile des moteurs et des machines de toutes espèces se rapporte à cette unité commune, en y faisant entrer le temps, ce qui est très-important pour arriver à la comparaison de la puissance des moteurs. En effet, on pourra dire d'une machine : elle produit tant de kilogrammètres d'effet utile dans un temps

donné; d'un cheval : il produit tant de kilogrammètres dans le même temps; et d'un homme : il produit tant de kilogrammètres dans le même temps, etc.

— On a formé, pour les moteurs puissants, une plus grande unité de travail qui dérive de la première et qui prend le nom de *cheval-vapeur*. La force d'un cheval-vapeur équivaut, par convention, à $75^{\text{kgm.}}$ par seconde. Ainsi, quand on a trouvé que la puissance d'un moteur est de $720^{\text{kgm.}}$, en divisant 720 par 75, le quotient donne $9^{\text{ch.v.}}6$ pour la force du moteur.

Travail maximum des moteurs. — Les moteurs ordinairement employés dans l'industrie sont les hommes, les animaux, l'air, l'eau, la vapeur et les gaz.

La vapeur et l'eau sont des moteurs soumis seulement aux lois physiques; hors de là ils peuvent continuellement et sans cesse continuer leur action. Mais il n'en est pas de même des hommes et des animaux, qui sont susceptibles de se fatiguer au bout d'un certain temps, et contraints de prendre du repos.

Le travail mécanique de l'homme et des animaux, que l'on peut appeler travail journalier, a pour valeur le produit de l'effort exercé par la vitesse et le temps pendant lequel l'action peut être soutenue. Mais il existe un effort, une vitesse et une durée d'action qui donnent la plus grande valeur possible au travail journalier de l'un de ces deux moteurs animés, et qui prend le nom de travail maximum.

TABLE DES QUANTITÉS DE TRAVAIL

QUE PEUVENT FOURNIR L'HOMME ET LES ANIMAUX DANS CERTAINES CIRCONSTANCES.

NATURE DU TRAVAIL.	EFFORT MOYEN exercé.	VITESSE OU ESPACE parcouru par seconde	TRAVAIL par seconde.	DURÉE DE TRAVAIL par jour.	QUANTITÉ de travail par jour.
	kilog.	mèt.	kilg.mèt.	heures.	kilg.mèt.
Un manœuvre agissant sur une roue à chevilles ou à tambour :					
1° à la hauteur de l'axe.....	60	0,15	9,15	8	259,200
2° vers le bas de la roue, ou à 24°	12	0,70	8,40	8	241,920
Un manœuvre agissant sur la manivelle	8	0,75	6,00	8	172,800
Un manœuvre poussant et tirant horizontalement......	12	0,60	7,20	8	207,360
Un manœuvre poussant et tirant alternativement dans le sens vertical............	5	1,10	5,50	8	158,400
Un cheval attelé à un manége et allant au pas....... ...	45	0,90	40,50	8	1,166,400
Un bœuf attelé à un manége et allant au pas..........	65	0,60	39,00	8	1,123,200
Un cheval attelé à une voiture ordinaire, et allant au pas..	70	0,90	63,00	10	2,268,000

On peut reconnaître, d'après ce tableau, qu'un manœuvre agissant sur une manivelle fait décrire à l'extrémité de cette manivelle un chemin de 0^m75 par seconde, ou $60 \times 0,75 = 45$ mètres par minute, ou, en supposant que la manivelle ait 0^m35 de rayon, ce qui correspond à une circonférence de $6,28 \times 0,35 = 2^m199$ au point d'application, l'homme est capable d'une vitesse ordinaire de $\frac{45}{2^m199} = 21$ tours environ par minute.

Ainsi, pour un chemin régulier de 0^m75, le long du-

quel on exerce un effort de 8 kilog., un manœuvre produira un travail par seconde de $0,75 \times 8 = 6^{kgm.}$, ou de $6^{kgm.} \times 60'' = 360^{kgm.}$ par chaque minute, et de $360^{kgm.} \times 60' = 21600^{kgm.}$ par heure; comme il peut exercer ce travail huit heures par jour, le travail pendant ce temps est, comme l'indique la table, de $172800^{kgm.}$

On peut donc compter que, pour un travail journalier, un homme, agissant sur une manivelle, est susceptible d'élever constamment 8 kilog. à $0^{m}75$ par seconde; mais lorsqu'un homme ne doit agir que momentanément sur la manivelle d'une grue, d'un treuil ou cabestan, il peut développer, pendant quelques instants, une puissance beaucoup plus considérable.

Il résulte d'expériences faites en Angleterre sur une grue de déchargement qu'un homme a pu élever en 90'' à la hauteur de $5^{m}03$ une charge de $485^{k}57$. Or, pour ramener ce travail à l'unité adoptée de 1 kilog. élevé à 1 mètre par seconde, il suffit de multiplier le poids élevé $475^{k}57$ par la hauteur $5^{m}03$, et de diviser ce produit par la durée du travail ou 90'', le quotient $26^{kgm.}58$ indique le travail par seconde.

L'expérience la plus avantageuse a constaté qu'un Irlandais d'une très-grande force est arrivé, mais avec la plus grande difficulté, à élever à la même hauteur de $5^{m}03$ une charge de $1666^{k}25$ en 132'', ce qui donne par seconde un travail de $\frac{1666,25 \times 5,03}{132} = 63^{kgm.}40.$

Mais l'homme ne peut déployer une telle puissance que pendant un temps très-court.

Quoique la charge et la vitesse indiquées sur la table soient celles qui conviennent le mieux, cependant, si le

cas exigeait que la force à appliquer à l'extrémité de la manivelle fût de 12 kilog. au lieu de 8 kilog., alors la vitesse devrait diminuer, et deviendrait $\frac{6^{kgm.}}{12^{k}} = 0^{m}50$ au lieu de $0^{m}75$.

Ainsi, dès que l'on veut gagner de la force, on perd de la vitesse; réciproquement, si l'on voulait gagner du temps et aller plus vite, cet excès de vitesse ne pourrait être obtenu qu'aux dépens de la charge, de manière à obtenir, dans le cas d'action sur une manivelle, pour produit des deux facteurs, un travail équivalent à $6^{kgm.}$ par seconde, pour un travail journalier.

Inertie. — Lorsqu'un corps est au repos ou en mouvement, il tend à persévérer dans cet état jusqu'à ce qu'une cause quelconque vienne l'en tirer. Cette force qui s'oppose au changement d'état de la matière est une résistance que l'on appelle *inertie*.

C'est cette force d'inertie inhérente à la matière qui se révèle par la résistance qu'un cheval éprouve au premier moment, pour entraîner une charge qui, une fois en mouvement, est facilement vaincue; c'est encore la force d'inertie qui, lorsque le cheval veut ensuite s'arrêter, tend à conserver l'élan de la voiture ou de la charge pour pousser le cheval et l'empêcher de s'arrêter instantanément.

Le travail pour vaincre l'inertie croît comme le carré de la vitesse imprimée à la charge; ce travail est exprimé par la formule $I = \frac{mv^2}{2}$ mais comme la masse $m = \frac{p}{g}$ et que $g = 9{,}81$, la formule devient $I = \frac{p \times v^2}{2 \times 9{,}81}$.

Ex. : Supposons une voiture chargée en totalité de 6000 kil., et animée d'une vitesse de 3 mètres par seconde, quelle résistance présentera-t-elle en vertu de l'inertie pour s'arrêter ?

$$I = \frac{6000 \times 9}{2 \times 9,81} = 2752 \text{ kgm. environ.}$$

Quantité de mouvement. — L'effort qu'un corps en mouvement peut exercer sur un corps en repos vaut, en kilogrammètres, le produit de la masse du mobile par sa vitesse ; ce produit s'appelle quantité de mouvement. Si un corps de masse m est animé d'une vitesse v, sa quantité de mouvement est exprimée par $m\,v$; or, comme $m = \frac{p}{g}$, mv est remplacé par $\frac{p \times v}{g}$.

Ce qui distingue la quantité de mouvement de la quantité du travail des moteurs, c'est que dans le travail mécanique on fait entrer l'effort du moteur, tandis que dans la quantité d'action c'est la masse qui agit.

Force vive. — Quand une force motrice imprime à un corps une certaine vitesse, le résultat de son action s'appelle force vive, elle est numériquement le produit de la masse du corps par le carré de la vitesse qui lui est imprimée.

En représentant par M la masse d'un corps, par V la vitesse imprimée, $M\,V^2$ ou $\frac{P\,V^2}{g}$ est l'expression de la force vive du corps. Cette force vive est le double du travail développé par la pesanteur. En effet, quand un corps de poids P tombe d'une hauteur H, le corps a acquis au bas de sa chute une vitesse V que nous avons

trouvée égale à $\sqrt{2\,g\,H}$, d'où $H = \frac{V^2}{2g}$, et le travail PH de la pesanteur est exprimé alors par $\frac{P\,V^2}{2\,g}$; or, en remplaçant P par sa valeur M g, la formule devient $\frac{M\,V^2}{2}$; ainsi, le travail mécanique développé par la pesanteur est égal à la moitié de la force vive.

Forces centrales. — Lorsqu'un corps tourne librement autour d'un axe, il est soumis à deux forces centrales : l'une, appelée la force centripète, tend à tirer le corps vers l'axe; l'autre, appelée la force centrifuge, tend au contraire à éloigner le corps du centre. Ces deux forces sont égales et directement opposées.

L'effort centrifuge qu'exerce un corps dans son mouvement de rotation, et qui tend à en désunir les parties, est exprimé par la formule $F = \frac{P\,V^2}{g \times R}$, dans laquelle P représente le poids du corps, V sa vitesse en mètres par seconde, et R le rayon ou la distance du centre de mouvement au centre du corps.

Ex. : Soit une boule d'un poids P = 10 kil. placée à l'extrémité d'un rayon de 1m 50, et animée d'une vitesse rotative de 12 mètres par seconde, quel est l'effort centrifuge qui tendrait à détacher cette boule du rayon ?

$$F = \frac{10^{k} \times 12^{m} \times 12^{m}}{9{,}81 \times 1{,}50} = 97^{k}88.$$

Centre de gravité. — Tous les corps sont soumis également à l'action de la pesanteur. La gravité ou la pesanteur est cette impulsion qui attire tous les corps

vers le centre de la terre ; l'effort qui fait équilibre à la gravité pour l'annuler est égal au poids du corps.

La distance des corps au centre de la terre étant très-éloignée, on a admis que la gravité agissait parallèlement sur tous les corps, et sa direction est donnée par le fil à plomb. Le centre de gravité d'un corps est le point qui, étant soutenu, est capable de tenir lui seul tout le corps en équilibre.

Le centre de gravité varie de position suivant la nature et la forme des corps; on peut le déterminer d'une manière générale par le procédé suivant :

Suspendez le corps de forme quelconque (fig. 43) à un fil; quand le corps sera en repos, la direction du fil passera par le centre de gravité du corps. Suspendez ensuite le corps par un autre point, la nouvelle direction du fil prolongé contiendra aussi le centre de gravité, et le point de rencontre *g* des directions AB, CD, successivement ramenés à la verticale, est dit le centre de gravité du corps.

Le centre de gravité des corps réguliers, comme les sphères, les cylindres, les prismes, est placé à leur centre de configuration.

Le centre de gravité d'un triangle isocèle se trouve au tiers, à partir de la base, sur la droite qui joint le milieu de la base au sommet opposé.

Le centre de gravité d'une pyramide qui a pour base un triangle ou un polygone quelconque est au quart à partir de la base, sur la droite qui joint le centre de gravité de la base du sommet. Il en est de même du centre de gravité d'un cône.

Le centre de gravité d'une demi-sphère homogène

est à partir du centre de figure aux trois huitièmes du rayon qui aboutit au centre de la surface convexe.

Le centre de gravité d'une ellipse est au point d'intersection des deux axes.

Lorsque l'on prend un cylindre de matière très-légère, telle que la moelle de sureau ou de liége, et qu'on le termine à la base par une sphère de plomb, il jouit d'une propriété remarquable : c'est que, quelle que soit la position inclinée ou horizontale que l'on veuille donner au cylindre, il reprend toujours la position verticale. Ce phénomène, que l'on a reproduit sous plusieurs formes, est fondé sur ce que le centre de gravité du cylindre étant le plus bas possible, le corps, en vertu de sa gravité, tend constamment à reprendre son équilibre sur sa base.

Lorsqu'un corps immobile est placé verticalement ou incliné sur un plan, il faut, pour que sa position soit stable, que la direction du poids du corps, ou la verticale passant par son centre de gravité, passe aussi par la surface de contact entre le corps et le plan sur lequel il repose, et de là la possibilité des tours inclinées en maçonnerie.

On peut juger alors qu'un corps sera d'autant plus stable sur un terrain, qu'il présentera une base plus étendue : aussi un cône sera, par la position moins élevée de son centre de gravité, plus stable sur un terrain qu'un cylindre de même base et de même hauteur. La stabilité des murs de construction est consolidée par les fondations qu'on leur donne, et par suite par la plus grande surface de base qu'ils possèdent.

Lorsque les parties du corps sont mobiles, on peut

changer, mais toutefois dans de certaines limites, la position du centre de gravité. L'homme qui marche sans charge, a son centre de gravité généralement placé au creux de l'estomac; s'il est chargé à dos, il est obligé de pencher le corps en avant pour conserver son équilibre, et conserver au centre de gravité la direction entre la surface de contact; de même, s'il est chargé de côté, il est obligé de se pencher du côté opposé.

Quelquefois le centre de gravité paraît ne pas être assujetti à ce principe invariable, comme les hommes qui se tiennent en équilibre sur des chevaux ou sur des cordes; mais alors ils se servent d'un balancier, et par les diverses positions qu'ils lui donnent ils parviennent à faire passer la position verticale du centre de gravité par la surface de contact, et, s'ils s'en écartent, c'est alors que leur chute devient inévitable.

Le plus ou moins de stabilité des corps dépendant de la position du centre de gravité, il faut avoir soin, quand on charge une voiture, de mettre d'abord les corps les plus pesants et au-dessus les corps les plus légers; de cette manière il n'y a à craindre, par la position très-peu élevée du centre de gravité de toute la charge, aucune chance de versement.

Mais le contraire a lieu, si, comme dans les diligences, la plus forte charge est en haut, parce que, par la position élevée du centre de gravité, l'équilibre est peu stable, et ce peu de stabilité peut entraîner le versement de la voiture, au moment où, par l'inclinaison de la voiture due à la vitesse centrifuge au détour d'une route, le centre de gravité passerait en dehors du contact des roues.

AGENTS MÉCANIQUES OU MACHINES SIMPLES. — On appelle ainsi les auxiliaires qui entrent dans la composition des machines soit pour enlever les charges, soit pour vaincre toutes espèces de résistances.

Ces agents mécaniques sont au nombre de six : le *levier*, le *treuil*, la *poulie* ou *moufle*, le *plan incliné*, la *vis* et le *coin*; ils sont tous soumis à des principes communs que l'on peut appeler les lois des machines simples.

1° *Les moments de la puissance et de la résistance sont égaux quand la machine est en équilibre :* on entend par moment le produit d'une force par l'espace que parcourt son point d'application.

2° *La résistance est en raison inverse de la vitesse ou de l'espace qu'elle parcourt*, c'est-à-dire que, plus cette résistance est grande, plus sa vitesse est petite, et réciproquement.

3° *On perd toujours une partie de la puissance pour vaincre l'inertie, les frottements et autres résistances.*

Nous ne considérons dans ce chapitre que les avantages mécaniques résultant de l'emploi des machines simples pour conserver l'équilibre, sans prendre en considération les pertes dues aux diverses résistances nuisibles, qui, pour produire le mouvement, exigent un excès de puissance.

LEVIER. — Le levier est une barre inflexible dont tous les points peuvent tourner autour d'un point fixe appelé point d'appui.

Tout levier reçoit l'action d'une puissance ou de la résistance, et la distance de la puissance ou de la résistance au point d'appui s'appelle bras de levier. Dans la

fig. 44, pl. 2, *o* est le point d'appui du levier, P est la puissance, et *a* son bras de levier, R est la résistance, et *b* son bras de levier.

On distingue trois genres de leviers résultant des différentes positions de la puissance, du point d'appui et de la résistance.

Un levier est dit du premier genre quand le point d'appui est entre la puissance et la résistance (fig. 44).

Un levier est du deuxième genre lorsque le point d'appui est à une extrémité, la puissance à l'autre, et la résistance entre les deux (fig. 45).

Un levier est du troisième genre quand, le point d'appui se trouvant à une extrémité, la résistance est à l'autre et la puissance entre les deux (fig. 46).

Dans chacun de ces leviers simples, la puissance et la résistance sont en raison inverse de leur distance au point d'appui, c'est-à-dire que, pour l'état d'équilibre, le moment de la puissance $P \times a$, ou le produit de cette puissance par son bras de levier, égale le produit $R \times b$ de la résistance par son bras de levier; ce qui donne lieu à la proportion inverse suivante :

$$P : R :: b : a$$

Dans cette proportion, connaissant trois quelconques des quatre termes qui la composent, on détermine le quatrième par les règles suivantes :

1re Règle : *Multipliez la résistance donnée par son bras de levier ou sa distance au point d'appui, et divisez par le bras de levier de la puissance: le quotient exprimera la puissance cherchée.*

Ex. : Une résistance de 20 kil. est placée à la dis-

tance de 12 centimètres du point d'appui; quelle est la puissance à appliquer de l'autre côté à une distance de 48 centimètres du point d'appui?

D'après la règle, $P = \frac{20 \times 12}{48} = 5$ kilog., puissance requise pour l'équilibre seulement.

2e Règle : *Multipliez la résistance par son bras de levier, et divisez par la puissance; le quotient exprimera le bras de levier de la puissance.*

Ex. : Une résistance de 15 kilog. est suspendue à la distance de 8 centimètres du point d'appui; à quelle distance faudrait-il placer une puissance de 12 kilog. pour faire équilibre à cette résistance?

$a = \frac{15 \times 8}{12} = 10$ centimètres, distance de la puissance au point d'appui.

3e Règle : *Multipliez la puissance par son bras de levier, et divisez par le bras de levier de la résistance; le quotient exprimera la résistance qui fait équilibre à la puissance.*

Ex. : On applique une puissance de 30 kilog. à la distance de 18 cent. du point d'appui; à quelle résistance placée à la distance de 6 cent. du point d'appui fera-t-elle équilibre?

$$R = \frac{30 \times 18}{6} = 90 \text{ kilog., résistance.}$$

4e Règle : *Multipliez la puissance par son bras de levier, et divisez par la résistance; le quotient exprimera le bras de levier de la résistance.*

Ex. : Une puissance de 30 kilog. est appliquée à la distance de 18 cent. du point d'appui; à quelle distance

du point d'appui faudra-t-il placer une résistance de 90 kil. pour l'état d'équilibre?

$b = \frac{30 \times 18}{90} = 6$ centimètres, distance de la résistance au point d'appui.

Application : Quelle est la puissance nécessaire pour contre-balancer un poids de 80 kilog. sur chacun des trois genres de leviers?

En supposant 1° la longueur totale de chaque levier égale à 60 cent.; 2° la distance de la résistance au point d'appui, dans le premier et le deuxième genre, égale à 10 cent., et dans le troisième à toute la longueur du levier; 3° la distance de la puissance au point d'appui, dans le premier et le troisième genre de 50 cent., et dans le deuxième genre de 60 cent., on a :

$$\text{Premier genre : } P = \frac{80 \times 10^c}{50} = 16 \text{ kilog.}$$

$$\text{Deuxième genre : } P = \frac{80 \times 10^c}{60} = 13^k33.$$

$$\text{Troisième genre : } P = \frac{80 \times 60^c}{50} = 96 \text{ kilog.}$$

Ainsi, le deuxième genre de levier est le plus avantageux sous le rapport de la moindre puissance à appliquer pour vaincre la résistance.

La pince de fer pour soulever les pierres et la brouette sont des leviers de deuxième genre : on soulève très-peu la charge à la vérité, mais on a l'avantage de vaincre une résistance proportionnellement plus forte.

La romaine (fig. 47) est un levier du premier genre;

le point d'appui est fixe, le bras de levier pour suspendre la matière est invariable, et on mesure des charges différentes au moyen d'un même poids que l'on éloigne plus ou moins du point d'appui, sur un levier porteur de divisions. Quand la distance de ce poids au point d'appui est double, triple ou quintuple du bras de levier fixe, la matière à peser a un poids double, triple ou quintuple du poids mobile.

Observations. — Plus le bras du levier augmente, plus l'action du poids augmente, et réciproquement; de même plus le bras de levier de la puissance est grand, plus l'arc ou l'espace qu'il parcourt est grand, comparativement à l'arc ou à l'espace parcouru par la résistance, ce qui fait dire que, si la puissance que l'on emploie est plus petite que la résistance, son bras de levier (son espace ou sa vitesse) est plus grande que le bras de levier (l'espace ou la vitesse) de la résistance, et *vice versâ*.

Lorsque plusieurs leviers sont combinés entre eux pour transmettre une force donnée, on a toujours pour l'état d'équilibre : *le produit de la puissance par tous ses bras de leviers égale le produit de la résistance par tous ses bras de leviers.*

Ainsi, dans la fig. 48, on a $P \times a \times a' = R \times b \times b'$, ce qui donne lieu aux quatre mêmes règles des leviers simples :

1[er] *Ex.* : Une pression de 20 kilog. est appliquée à l'extrémité d'un bras de levier a dont la distance au point d'appui = 300 cent., le bras de levier de la résistance ou b = 10 cent., le deuxième bras de levier a' de la puissance = 84 cent., et le deuxième bras de levier b'

de la résistance = 6 cent.; à l'extrémité de ce bras b' est un poinçon pour percer la tôle; on désirerait connaître quelle pression ce poinçon est susceptible de produire.

$$\text{La pression ou R} = \frac{20 \times 300 \times 84}{10 \times 6} = 8400 \text{ k.}$$

2ᵉ *Ex.* : A quelle hauteur faudrait-il soulever l'extrémité F du premier levier de la puissance pour que le poinçon pût percer l'épaisseur d'un demi-centimètre?
$\frac{0^{c}5 \times 84 \times 300}{6 \times 10} = 210$ cent. ou $2^{m}10$, espace que parcourt la puissance, tandis que la résistance ne parcourt qu'un demi-cent. : ainsi, la puissance de 20 kil., par l'intermédiaire des leviers composés, a produit une pression de 8400 kil., c'est-à-dire un effort 420 fois plus grand; mais aussi la résistance n'a parcouru qu'un espace de $\frac{2^{m}10}{0,5} = 420$ fois plus petit.

Poulie, moufle. — On distingue deux espèces de poulies : les poulies fixes et les poulies mobiles.

Les poulies fixes tournent autour de leur axe sans changer de place, et servent seulement, au moyen de cordes, chaînes ou courroies, à changer la direction de la force motrice, sans donner aucun avantage mécanique.

Les poulies mobiles, au contraire, produisent de la force et agissent comme des leviers du deuxième genre. Dans la fig. 49, la poulie *a* est fixe, la poulie *b* est mobile; une corde fixée à une extrémité vient s'enrouler autour de la poulie mobile *b* qu'elle soutient, puis passe sur la poulie fixe *a* qui ne sert qu'à changer sa direction.

Au centre de la poulie *b* est une chape à laquelle on suspend la résistance.

L'avantage d'une seule poulie mobile consiste à doubler l'effort de la puissance : ainsi, si à l'extrémité de la corde on applique une puissance de 10 kil., elle équilibrera une charge de 20 kil. Cet avantage résulte de ce que la poulie mobile, se trouvant soulevée par les cordons, ne s'élève que d'un espace égal à la moitié de l'espace parcouru par la puissance; or, si la puissance marche de 6 cent., la charge ne se sera élevée que de 3 cent. et le moment 10×6 de la puissance égale le moment 20×3 de la résistance, condition d'équilibre des leviers.

Si la poulie fixe ne produit aucun avantage mécanique, du moins, en changeant la direction de la puissance, elle facilite le mouvement, en ce sens qu'il est plus facile de tirer de haut en bas, que de bas en haut, et d'ailleurs le poids du moteur devient un aide à la puissance.

L'ensemble de plusieurs poulies montées dans la même chape se nomme moufle; les poulies peuvent avoir le même axe (fig. 50) ou des axes différents (fig. 51); l'une des moufles est fixe et l'autre mobile : l'avantage acquis par une moufle mobile est comme deux fois le nombre de poulies qu'elle porte, sans avoir égard au nombre de poulies que porte la moufle fixe indispensable pour la direction des cordons.

Cet avantage mécanique de la moufle mobile résulte de ce que l'espace parcouru par la puissance dans un temps donné est égal à la somme des raccourcissements des cordons enroulés sur les poulies mobiles, tandis

que la résistance ne s'élève ou ne parcourt que le quotient de cet espace divisé par le nombre de cordons.

Et de là vient la 1re règle : *Divisez le poids à élever ou la charge par deux fois le nombre de poulies mobiles,* le quotient exprimera la puissance requise pour contre-balancer cette résistance.

Ex. : Quelle est la puissance nécessaire pour contre-balancer un poids de 176 kilog. avec une paire de moufles à quatre poulies?

$\frac{176}{2 \times 4} = 22$ kilog., puissance requise pour l'équilibre.

2e Règle : *Multipliez deux fois le nombre de poulies mobiles par la puissance appliquée,* le produit exprimera la résistance à laquelle cette puissance fait équilibre.

Ex. : Quel poids sera contre-balancé par une puissance de 120 kilog. appliqués à une paire de moufles de 3 poulies mobiles?

$125 \times 2 \times 3 = 750$ kilog., résistance contre-balancée.

Dans chacune de ces règles la puissance n'est calculée que pour établir l'équilibre; on conçoit que, pour produire le mouvement, il faudrait employer un excès de force, qui est d'autant plus grand qu'il y a plus de parties en contact et par suite plus de frottements.

Treuil. — Un treuil simple se compose d'un rouleau dont les tourillons prennent appui sur des supports, et auquel le mouvement est communiqué par une manivelle. La position du rouleau est, suivant les circonstances, horizontale ou verticale.

L'avantage mécanique qui résulte du treuil simple (fig. 52), dépend de la longueur de la manivelle comparativement au rayon du rouleau, c'est-à-dire que la

puissance P est à la résistance ou charge R comme b, le rayon du rouleau, est à c, le rayon de la manivelle. Proportion qui donne lieu aux mêmes règles que pour le levier.

Ainsi, multipliez la résistance par le rayon du rouleau et divisez par le rayon de la manivelle, le quotient exprimera la puissance.

Ex. : Quelle est la puissance à employer à l'extrémité d'une manivelle de 0^m75 de rayon, pour équilibrer une résistance de 50 kilog. placés à l'extrémité d'une corde qui s'enroule sur un rouleau de 0^m25 de rayon?

$$P = \frac{50^k \times 0{,}25}{0{,}75} = 16^k 66.$$

Dans un treuil composé (fig. 53), la puissance est appliquée à l'extrémité d'une manivelle qui, fixée sur l'axe d'un pignon, transmet cette puissance à une roue montée sur l'axe du rouleau, autour duquel s'enroule un câble qui porte la résistance.

Dans un treuil composé d'une ou plusieurs paires d'engrenages, il faut, outre le rapport du rayon de la manivelle au rayon du rouleau, faire entrer dans la règle le rapport des rayons des pignons aux rayons des roues.

C'est-à-dire que l'on a dans ce cas, comme pour les leviers composés, la proportion

$$P : R :: b \times b' \times b'' : a \times a' \times a'',$$

où la puissance est à la résistance comme le produit des rayons des pignons et du rouleau est au produit des rayons des roues et de la manivelle. Ce qui donne lieu aux règles suivantes :

1° *Multipliez la charge à soulever par le produit du rayon du rouleau avec les rayons des pignons, et divisez par le produit du rayon de la manivelle avec tous les rayons des roues;* le quotient exprimera la puissance à appliquer à l'extrémité de la manivelle pour équilibrer la résistance.

1er *Ex.* : Quelle est la puissance nécessaire pour équilibrer une résistance de 1200 kilog. au moyen d'un treuil dont la manivelle a 40 cent. de rayon, le rayon du rouleau étant de 15 cent., avec une paire d'engrenages dont le rayon du pignon est de 8 centimètres, et celui de la roue = 56 centimètres?

$$P = \frac{1200 \times 15 \times 8}{40 \times 56} = 64^{k}28 \text{ (1).}$$

2e *Ex.* : Quelle serait la puissance à appliquer à l'extrémité de la manivelle, si dans le treuil précédent on ajoutait une deuxième paire d'engrenages dont le pignon porterait 6 cent. et la roue 36 cent.?

$$P = \frac{1200 \times 15 \times 8 \times 6}{40 \times 56 \times 36} = 10^{k}71.$$

2e Règle : *Multipliez la puissance par le rayon de la manivelle et par les rayons des roues, divisez ce produit par le rayon du rouleau et par les rayons des pignons,* le quotient exprimera la résistance à laquelle la puissance donnée fait équilibre.

Ex. : A quelle résistance fait équilibre une puissance

(1) S'il y avait deux manivelles, le poids se répartirait par moitié pour chacune d'elles, et elles auraient chacune à exercer un effort de $32^{k}14$.

de 8 kilog. à l'extrémité d'une manivelle de 50 centimètres de rayon, le rouleau du treuil ayant un rayon de 12 centimètres, et étant commandé par une paire d'engrenages dont le pignon porte 6 centimètres de rayon, celui de la roue 48 cent.?

$$R = \frac{8 \times 50 \times 48}{12 \times 6} = 266^k66.$$

3e Règle : *Multipliez entre eux les rayons des pignons et du rouleau, et divisez ce produit par les rayons des roues et de la manivelle,* le quotient exprimera le rapport de la puissance à la résistance.

Ex. : Un treuil ou une grue est commandé par une manivelle de 55 cent. de rayon, le rayon du rouleau est de 11 cent., les rayons des pignons de commande portent 5^c, 6^c, 7^c; les rayons des roues commandées ont 30^c, 36^c, 49^c; quel est le rapport de la puissance à la résistance?

$$\frac{P}{R} = \frac{5 \times 6 \times 7 \times 11}{55 \times 30 \times 36 \times 49} = \frac{1}{1260}.$$

C'est-à-dire que la résistance sera équilibrée par une puissance 1260 fois plus faible; ou encore, une puissance de 1 kilog. à l'extrémité de la manivelle serait capable, abstraction faite des frottements, d'équilibrer une charge de 1210 kilog.

Mais ce rapport exprime en même temps le rapport de la vitesse de la résistance à la vitesse de la puissance, c'est-à-dire que la charge ne s'élèvera que de la 1/1260 partie de la marche de la puissance. Ainsi, si la puissance parcourt 1 mètre par seconde, la charge ne se sera élevée pendant le même temps que

de 1^m : 1260 = 0^m0008 dix millimètres environ, ou moins de 1 millimètre.

Autre application : Un puisard est placé à 28^m8 de profondeur, on voudrait l'épuiser au moyen d'un treuil à manivelle, en enlevant 3000 litres d'eau par heure; combien faudrait-il employer de manœuvres pour obtenir ce résultat ?

Le travail à obtenir dans une heure égale $3000^{lit.} \times 28^m8 = 86400^{kgm}$. Or, en examinant le tableau, p. 108, des quantités de travail, on trouve qu'un manœuvre agissant sur une manivelle peut développer par heure $6^{km.} \times 60 \times 60 = 21600^{kgm}$. En divisant 86400 par 21600, le quotient 4 exprime le nombre de manœuvres à employer.

Les règles précédentes s'appliquent aux treuils et cabestans à engrenages à un seul rouleau.

TREUILS A DEUX PARTIES. — Ces treuils offrent une disposition très-simple pour vaincre de grandes résistances. Ils peuvent être à parties réunies sur un même axe, comme fig. 54, ou à parties placées sur des axes séparés, comme fig. 55, et avec engrenages.

Dans chacun de ces treuils, l'un des rouleaux est plus petit en diamètre que l'autre, et la corde qui va de l'un à l'autre de ces rouleaux suspend une poulie mobile à laquelle est fixée la résistance. L'avantage mécanique qui résulte de ce système est comme la demi-différence des deux rayons des rouleaux au rayon de la manivelle; ce rapport exprime en même temps l'espace que parcourt la résistance ou charge comparativement à l'espace parcouru par la puissance; ce qui mène à la règle suivante : *Divisez le rayon de la manivelle par la*

demi-différence des rayons des rouleaux du treuil, le quotient exprimera l'avantage mécanique.

1er *Ex.* : Soit un treuil composé de deux rouleaux portant, l'un un rayon de 20 cent., le second de 10 cent. mû par une manivelle de 50 cent. de rayon; quel est l'avantage mécanique?

$$\text{Avantage mécanique} = 50 : \left(\frac{20 - 10}{2}\right) = 10.$$

Ainsi, 1 kilog. appliqué à l'extrémité de la manivelle ferait équilibre à une résistance de 10 kilog. suspendus à la chape de la poulie mobile; mais aussi la charge ne se soulèverait que d'une quantité égale au dixième de l'espace parcouru par la manivelle.

2e *Ex.* : Quel serait l'avantage mécanique dans l'exemple précédent, si les rouleaux étaient placés sur des axes différents et commandés par un double engrenage dont la roue a un rayon de 30 centimètres, et le pignon un rayon de 5 centimètres?

$$\text{Avantage mécanique} = 50 : \left(\frac{20 - 10}{2}\right) \times \frac{30}{5} = 60.$$

Ainsi 1 kil. placé à l'extrémité de la manivelle contre-balancerait 60 kil. de résistance à la poulie; mais aussi la résistance ne se soulèverait que de la soixantième partie de l'espace parcouru par la puissance.

Crics. — Dans les crics simples et composés, l'avantage mécanique résulte du produit des rapports entre le rayon de la manivelle et le rayon du pignon, et entre les rayons des roues et ceux des pignons.

Ex. : Quelle sera la charge soulevée par un cric qui présente les conditions suivantes : le rayon de la mani-

velle est de 25 centimètres, le rayon du pignon qui engrène avec la crémaillère est de 3 centimètres, le rayon de la roue = 12 centimètres, celui du pignon = 4 centimètres, et la puissance appliquée à l'extrémité de la manivelle est de 30 kil. (fig. 56)?

$$R = \frac{30^k \times 25 \times 12}{3 \times 4} = 750 \text{ kilog.}$$

Ainsi, pour les leviers, comme pour les treuils et les crics, le principe fondemental est : que la puissance est à la résistance comme le produit des rayons des pignons est au produit des rayons des roues, ce qui fait voir que les rayons des roues ne sont autre chose que des bras de levier. Mais ce principe purement théorique se modifie en pratique à cause des frottements qui absorbent souvent un tiers et plus de la puissance ; voir, pages 135 et 137, les tableaux des rapports du frottement à la charge ou à la pression.

Observations sur l'emploi des machines simples. — Il est essentiel d'observer, pour éviter toute illusion, que lorsque, par l'emploi des agents mécaniques, on augmente l'effet de la force appliquée, l'espace parcouru par la résistance ou charge que l'on soulève, est aussi, comparativement au chemin que parcourt la puissance, diminué dans le même rapport ; ce résultat, vrai sans aucune exception, peut se résumer ainsi : *En mécanique ce que l'on gagne en force, on le perd en vitesse, et réciproquement.*

On a pu voir dans tous les exemples précédents, et principalement dans l'exemple relatif aux leviers composés, qu'avec une force de 20 kilog. on a pu produire

une pression de 8400 kilog., c'est-à-dire 420 fois plus forte, mais aussi le poinçon qui produisait cette pression n'a parcouru dans le même temps qu'un espace égal au 1/420 du chemin parcouru par la puissance.

De même, lorsque, avec un cric, on soulève une voiture ou toute autre charge très-considérable, on ne considère souvent que la charge élevée; mais on devrait observer en même temps combien peu on la soulève à la fois.

On conclut de là que le but véritable des machines n'est pas d'augmenter le travail des moteurs qui y sont appliqués, mais bien de transformer leur action en un travail approprié suivant les circonstances. On peut faire qu'une force médiocre, celle d'un homme, puisse soulever un fardeau considérable, mais avec une vitesse proportionnellement moindre.

On ne peut donc, par l'emploi des machines simples, que varier l'un des deux facteurs du travail, la force ou la vitesse, aux dépens de l'autre, mais sans augmenter l'effet utile; car le produit de la force par la vitesse est constant, et ce produit, qui exprime le travail de la puissance, doit toujours, pour qu'il y ait action, être supérieur au travail de la résistance dans les machines plus ou moins compliquées, à cause des frottements, des chocs, etc., qui nuisent à l'action de la puissance.

En résumé : Le travail développé par la puissance, dans un temps donné, doit toujours égaler le travail utile plus le travail des résistances nuisibles; et l'effet utile d'une machine sera d'autant plus grand que l'on se sera attaché à diminuer le travail des résistances nuisibles.

Plan incliné.—Lorsqu'un corps est tiré le long d'un plan vertical, tout le poids de ce corps est supporté par la force qui l'élève; dans ce cas, la puissance est égale au fardeau à soulever.

Quand un corps est tiré sur un plan horizontal, on n'a pas à traîner le poids du fardeau, mais on a seulement à vaincre le frottement dû au poids du corps sur le terrain ou le plan.

Mais si un corps est tiré sur un plan incliné (fig. 57), la puissance nécessaire pour l'élever sera comme l'inclinaison du plan, de sorte que, si la force agit parallèlement au plan, la *longueur du plan* est au fardeau comme la hauteur du plan est à la puissance.

L'avantage acquis par le plan incliné est aussi grand que sa longueur l'emporte sur sa hauteur verticale; c'est donc le rapport entre la longueur et la hauteur du plan qui donne l'avantage de la puissance; ce qui conduit aux règles suivantes :

1° La résistance multipliée par la hauteur et divisée par la longueur du plan, égale la puissance requise pour maintenir le corps en repos sur le plan incliné;

2° La puissance multipliée par la longueur du plan et divisée par la hauteur, égale la résistance;

3° La résistance multipliée par la base du plan incliné et divisée par sa longueur, égale la charge sur ce plan.

1er *Ex.* : Quelle est la puissance capable de contrebalancer une charge de 5275 kilog., sur un plan incliné dont la longueur est de 15 mètres et dont la hauteur verticale est de 4 mètres?

$$P = \frac{5275 \times 4}{15} = 1406^k66,$$ puissance requise.

2ᵉ *Ex.* : Une puissance de 525 kilog. est appliquée sur un plan incliné de 25 mètres de long sur 3 mètres de hauteur : déterminer la résistance qu'elle peut contre-balancer.

$$R = \frac{525 \times 25}{3} = 4375$$ kilogr., résistance cherchée.

3ᵉ *Ex.* : Quelle est la pression d'un fardeau de 5014 kilog. sur un plan incliné de 25 mètres de long, sa base portant 13 mètres ?

$$\frac{5014 \times 13}{25} = 2607^k28,$$ pression exercée.

Il est évident que cette pression dépend entièrement de l'inclinaison du plan, et que la même charge pressera d'autant moins sur ce plan incliné, que cette inclinaison sera plus prononcée.

Vis. — Lorsqu'un point est assujetti à tourner autour d'un cylindre, tout en s'élevant d'une quantité donnée à chaque révolution, la courbe qu'il décrit s'appelle une *hélice* (fig. 58).

Une vis est dite triangulaire lorsque l'hélice ou la spirale est engendrée par un triangle qui se meut autour d'un cylindre ; lorsque la surface engendrée a une section rectangulaire, la vis est dite à filets carrés.

Le pas d'une vis simple est la distance du milieu d'un filet au milieu du filet suivant ; ainsi c'est le filet plus le creux de la vis. Dans le cas d'une vis à plusieurs

filets, le pas est la hauteur dont s'élève la courbe pour un tour de vis.

D'après cette définition, la vis peut être assimilée à un plan incliné dont la longueur est représentée par la circonférence du cylindre sur lequel elle est formée, et dont la hauteur est le pas de la vis ; par suite, plus la circonférence de la vis sera grande, comparativement à la hauteur du pas, plus grand aussi sera l'avantage mécanique ; et si la puissance est transmise par un levier, l'avantage mécanique sera exprimé par le rapport entre la circonférence extérieure du levier et la hauteur du pas.

1er *Ex.* : Quelle puissance faudra-t-il employer pour produire une pression de 6750 kilog. à l'aide d'une vis dont le pas égale 2 centimètres, et dont la circonférence est de 60 centimètres ?

$$P = \frac{6750 \times 2}{60} = 225 \text{ kilog., puissance théorique requise.}$$

Mais en raison du frottement de la vis dans son écrou, la force réelle pratique à employer est environ le triple de la puissance théorique.

L'avantage mécanique dû à la vis égale $\frac{60}{2} = 30$.

2e *Ex.* : Quelle serait la puissance à appliquer pour obtenir la même pression, en faisant mouvoir la vis avec un levier de 36 centimètres de rayon ?

Circonférence levier = 216 centim., et $\frac{6750 \times 2}{216} = 62^{k}5$.

$$\text{L'avantage mécanique} = \frac{216}{2} = 108.$$

COIN. — L'application du coin sous diverses formes est généralement répandue en industrie. Presque tous les outils se rapportent au coin, les ciseaux, les burins, les fers de rabots, les scies, les limes, etc. Tous ces outils agissent ou par leur tranchant ou par leurs extrémités aigues, et il y a pour chacun d'eux un angle convenable pour produire le meilleur résultat.

Dans leur application aux presses, les coins ont la forme d'un triangle isocèle. L'avantage mécanique du coin peut s'assimiler à celui du plan incliné, car il dépend du rapport entre la largeur de la tête du coin et la longueur des côtés.

Si dans un coin A B C (fig. 59) la tête A B est le 1/10 de la longueur A C, l'avantage mécanique est comme 10 : 1. Si le côté ou la tête A B était de 1/20 de A C, l'avantage mécanique serait comme 20 : 1, car l'espace parcouru serait par contre 1 : 20. Ainsi, la puissance P à exercer sur le coin pour produire une pression R s'obtient par la formule $P = R \times \frac{AB}{AC}$, c'est-à-dire que la puissance est égale à la résistance multipliée par le rapport entre la largeur de la tête et l'un des côtés.

Ex. : Soit une presse à coin (fig. 60), ainsi appelée parce qu'elle consiste en un coin tronqué qui glisse entre deux blocs dont l'un est fixe et l'autre mobile, pour transmettre l'action contre la substance à presser, supposons que la résistance à presser = 1800 kilog. et que le rapport de la tête du coin à l'un de ses côtés = 1/30. La puissance $P = \frac{1800 \times 1}{30} = 60$ kil., puissance à appliquer.

8

Mais, comme nous l'avons déjà dit, ce résultat est complétement théorique et indépendant du frottement causé par le coin, le plan incliné, etc., sur les molécules de la pièce; en faisant entrer en considération la déperdition de force qui résulte du frottement, on aura le résultat pratique. Or, selon que les pièces sont très-polies, ou dressées ou brutes, il faut multiplier le résultat trouvé par 3, 4 ou 5; ainsi, dans le cas précédent, en supposant les surfaces bien polies, la puissance réelle à appliquer sur le coin sera $60 \times 3 = 180$ kilog.

On calcule d'ailleurs les déperditions dues au frottement d'après les considérations suivantes.

Frottement des corps en contact. — Le frottement est la résistance qui s'oppose au mouvement ou glissement de deux corps en contact. Le frottement est de deux espèces : le frottement par glissement provenant de deux surfaces glissant l'une sur l'autre, et le frottement par roulement résultant du mouvement rotatif d'un corps sur un autre.

Le frottement qu'éprouve un corps placé sur un plan est indépendant de la grandeur de sa surface et de sa vitesse. Il dépend essentiellement du poids du corps, ou mieux de sa pression sur le plan; cette résistance varie aussi suivant la nature des pièces en contact.

Le frottement est proportionnel à la pression, parce qu'à surface égale et à pression croissante, les molécules des deux corps se grippent davantage l'une dans l'autre, ce qui augmente la résistance de séparation ou de déplacement latéral; il est indépendant de l'étendue des surfaces en contact, en ce sens que si la surface

augmente ou diminue sans que la pression change, *la résistance totale reste la même;* seulement, s'il y a plus d'étendue et par suite plus d'éléments, le frottement est diminué sur chaque élément de surface, tandis que le contraire a lieu pour chaque élément si la surface est plus petite.

TABLE DE FROTTEMENT

PAR GLISSEMENT DES SURFACES PLANES : 1° AU DÉPART, APRÈS UN CERTAIN TEMPS DE CONTACT, ET 2° LORSQU'ELLES SONT EN MOUVEMENT LES UNES SUR LES AUTRES.

INDICATION DES SURFACES EN CONTACT.	RAPPORT DU FROTTEMENT A LA PRESSION	
	après un certain temps de contact des surfaces.	lorsqu'elles sont en mouvement les unes sur les autres.
Chêne sur chêne, sans enduit...........	0,62	0,48
Id. id. frotté de savon sec	0,44	0,16
Id. id. mouillé d'eau	0.70	0,25
Fer ou fonte sur chêne, sans enduit......	0,62	0,26
Id. id. frotté de saindoux ou de suif.	0,62	0,26
Id. id. mouillé d'eau.............	0,65	0,20
Fonte ou fer sur fonte, sans enduit......	0,16	0,10
Id. id. frotté d'huile ou de saindoux.	0,12	0,08
Courroie sur poulie en fonte polie, sans enduit............................	0,28	0,27
Courroie sur poulie en fonte brute, sans enduit............................	0,54	0,54
Courroie sur tambour en chêne, sans enduit............................	0,47	0,27
Chêne, orme, charme, fer, fonte et bronze glissant deux à deux l'un sur l'autre, enduits d'hulie ou de saindoux........	0,15	0,10
Cuir de bœuf pour garniture de piston, sur fonte, mouillé d'eau.......	0,62	0,36
Id. id. avec huile, suif ou saindoux.	0,15	0,12
Corde de chanvre sur chêne, sans enduit..	0,62	0,52

Cette table donne le rapport du frottement à la pression, quelle que soit l'étendue des surfaces frottantes.

Ce rapport n'est autre qu'un coefficient par lequel il faut multiplier la pression d'un corps sur un plan, pour avoir la résistance que le frottement oppose, soit au moment du départ, soit pendant le mouvement du corps.

Ex. : Quel est l'effort nécessaire pour soulever une vanne verticale en bois de chêne, contre laquelle est exercée une pression de 350 kilog., et dont le poids est de 15 kilog. (1)?

Le coefficient de frottement de chêne sur chêne mouillé, après un certain temps de contact, est 0,71. Ce coefficient descend pendant le mouvement à 0,25.

Ainsi l'effort dû à la pression au moment de la mise en mouvement sera $0,71 \times 350$ kil. $=$ 248 kil.

Cet effort pendant le mouvement ne sera plus que $0,25 \times 350 = 87^{k}50$.

L'effort total dû au poids et à la pression pour soulever la vanne sera au point de départ, $248 + 15 = 263$ k., et pendant le mouvement $87^{k}50 + 15 = 102^{k}50$.

Quand l'objet à mouvoir est horizontal, on n'a à vaincre que le frottement; mais souvent on a besoin de connaître la déperdition de travail qui résulte du frottement de deux surfaces planes; on obtient cette quantité de travail en multipliant l'effort dû au frottement par la vitesse du corps par seconde.

Ex. : Quel est 1° le frottement d'un châssis horizontal en fonte dans des coulisses en fonte enduites d'huile, et 2° la déperdition de travail due à ce frottement, en supposant que le châssis ait une course de $0^{m}65$, un

(1) La pression se détermine en multipliant la surface de la vanne par la hauteur prise du niveau de l'eau au centre de la vanne.

poids de 80 kilog., et qu'il parcoure 150 fois cette course par minute?

Le coefficient de frottement pour fonte sur fonte avec enduit est pendant le mouvement de 0,08; et $0{,}08 \times 80^{k} = 6^{k}40$, frottement du châssis; or, $6^{k}40 \times \frac{0{,}65 \times 150}{60} = 10^{kgm.}4$, déperdition de travail due au frottement.

FROTTEMENT DES TOURILLONS SUR LES COUSSINETS. — Les roues sont généralement montées sur des arbres ou essieux dont les extrémités amincies et cylindriques appelées tourillons reposent et prennent leur mouvement de rotation dans des boîtes ou coussinets. C'est le frottement absorbé par les tourillons que donne la table suivante, en supposant deux cas : 1° lorsque l'enduit est renouvelé comme d'ordinaire, et 2° lorsque l'enduit est constamment renouvelé.

TABLE DES RAPPORTS

DU FROTTEMENT A LA PRESSION, POUR LES TOURILLONS DES AXES EN MOUVEMENT DANS DES BOITES OU COUSSINETS.

INDICATION DES SURFACES en contact.	ÉTAT DES SURFACES.	RAPPORT DU FROTTEMENT à la pression. lorsque l'enduit est renouvelé à la manière ordinaire.	lorsque l'enduit est sans cesse renouvelé.
Tourillons en fer sur coussinets en bronze......	Enduits d'huile d'olive, de saindoux, de suif ou de cambouis onctueux..	0,075	0,054
Id. fer sur fonte	Id.	0,075	0,054
Id. fonte sur bronze....	Id.	0,075	0,054
Id. fonte sur fonte......	Id.	0,075	0,054
Id. fer sur gayac.......	Id.	0,125	»
Id. fonte sur gayac.....	Id.	0,100	0,092
Id. fer ou fonte sur fonte.	Et mouillés d'eau......	0,140	»

Cette table permet de calculer le travail absorbé par le frottement des tourillons des volants, roues hydrauliques, roues d'engrenages, etc.

Supposons une roue hydraulique du poids de 40000^k animée d'une vitesse de quatre tours par minute, tournant sur des tourillons en fonte de 0^m16 de diamètre, les coussinets étant également en fonte et l'enduit étant renouvelé comme d'ordinaire et mêlé de matières grasses et d'eau.

Le coefficient de frottement est, pour ce cas, égal à 0,14, donc pour une pression de 40000 kilog. le frottement équivaut à $0,14 \times 40000 = 5600$ kilog.

Or, la vitesse par seconde $= \frac{0,16 \times 3,14 \times 4}{60} = 0^m033$.

Et le travail absorbé par le frottement $= 5600^k \times 0^m033 = 184^{kgm.}8$ ou $2^{ch.v.}46$ par seconde.

On voit d'après le calcul que, pour obtenir la perte de travail due au frottement des tourillons sur leurs coussinets, ou des pivots dans leurs crapaudines, il faut multiplier la pression réelle ou la charge par le coefficient de frottement, et multiplier le résultat par la vitesse des tourillons par seconde; le produit exprime en kilogrammètres la déperdition de travail, et, en le divisant par 75, on a en chevaux-vapeur le travail absorbé.

Cette règle donne lieu à la formule :

$$T = \frac{f \times P \times v}{75}$$

dans laquelle f est le coefficient de frottement, P la pression réelle en kilogrammes, et v la vitesse du tourillon en mètres par seconde.

En industrie on transforme souvent le frottement de glissement en un frottement par roulement, ce qui diminue considérablement la perte de travail, et facilite le déplacement des objets; ainsi, dans les chantiers, pour déplacer de lourds fardeaux, on les place sur des rouleaux, ou sur des chariots à roulettes.

Dans ce dernier cas, qui est celui des roues ordinaires de voiture, le frottement est d'autant moindre, que le rayon du tourillon est plus petit par rapport au rayon de la roue.

MACHINES A ÉLEVER L'EAU.

Principes des liquides. — Tout liquide pressé dans un vase clos, quelle qu'en soit la forme, transmet cette pression en tous sens et d'une manière égale sur les fonds comme sur les parois latérales.

Cette pression est toujours égale au poids d'une colonne de liquide qui aurait pour base le fond du vase, et pour hauteur celle à partir du niveau supérieur. — La pression verticale de haut en bas qu'un liquide exerce sur un niveau se transforme en pression de bas en haut, en vertu du principe d'égalité de pression.

Lorsque deux vases communiquent ensemble, il y a égalité de niveau pour deux liquides semblables; mais pour deux liquides différents il y a différence de niveau, en raison inverse des densités des liquides.

La pression des liquides placés à l'intérieur des vases est proportionnelle à la surface de pression.

Propriétés de l'air. — L'air est pesant et il fait constamment effort pour occuper un espace plus grand.

L'air est soumis au principe d'égalité de pression comme les liquides; sa pression s'exerce sur tous les corps qu'il touche : on la nomme atmosphérique.

La pression atmosphérique, ou simplement l'atmosphère, équivaut, par centimètre carré, au poids d'une colonne d'eau ayant pour base un centimètre carré, et pour hauteur une colonne de 10^m33; elle s'exprime par 1^k033 par centimètre carré de surface, ou 103^k3 par décimètre carré ou 10330 kilog. par mètre carré.

Si on plonge deux tubes également raréfiés ou vides d'air l'un dans un vase contenant de l'eau, l'autre dans un vase renfermant du mercure, l'eau dans le premier s'élève à 10^m33 et dans le second à 0^m76, c'est-à-dire 13 fois et demie moins pour le mercure que pour l'eau, parce que le mercure pèse 13 fois et demie plus que l'eau.

D'après cela, si dans le vide l'air pressait sur un liquide plus léger que l'eau, la colonne s'élèverait proportionnellement plus que pour l'eau.

On en conclut que la pression de l'air atmosphérique est en raison inverse de la densité des liquides. A mesure que l'on s'élève au-dessus du niveau de la mer, la densité de l'air diminue directement avec sa pression. Le volume de l'air est en raison inverse de la pression qu'il supporte. En s'échauffant, l'air augmente de volume; sa pression augmente proportionnellement avec sa température; ces principes de l'air et des liquides trouvent leur application dans les pompes, les presses hydrauliques, etc.

Pompes hydrauliques. — Les pompes hydrauliques se subdivisent en pompes aspirantes, en pompes aspirantes et foulantes et en pompes foulantes. Tous les sys-

tèmes de pompes en usage se rapportent à l'une de ces trois séries.

La pompe aspirante (fig. 61, pl. 2) se compose d'un cylindre *a* parfaitement alésé intérieurement pour recevoir à frottement un piston *b*, muni de deux soupapes ou clapets *c c* qui peuvent s'ouvrir de bas en haut. Au bas de ce cylindre, appelé corps de pompe, est fixé un tuyau *e* dit d'aspiration qui, muni d'une soupape *d* à sa jonction avec le corps de pompe, se prolonge en contre-bas pour plonger dans le puisard; la partie inférieure de ce tuyau d'aspiration porte un grillage ou bien est percée de trous pour donner passage à l'eau et empêcher l'introduction de tous corps étrangers.

Quand un coup de balancier fait relever le piston de bas en haut, on aspire l'air renfermé dans le tuyau d'aspiration; après plusieurs coups, le vide se fait dans ce tuyau; et en vertu de la pression de l'air extérieur sur le niveau *i j* du puisard, l'eau est forcée de s'élever dans l'intérieur du tube aspirateur à une hauteur de 10m 33. Mais comme il est très-difficile de faire le vide complet dans le tuyau d'aspiration, la quantité d'air qui y séjourne fait résistance à l'air extérieur, et il ne faut compter dans les meilleures pompes que sur une hauteur de 10 mètres au plus; c'est la plus grande élévation que l'on doit donner au tuyau d'aspiration, depuis le niveau de l'eau jusqu'au bas du corps de pompe.

Le vide étant fait dans le tuyau d'aspiration, l'eau s'y élève et vient occuper tout l'espace entre le niveau de l'eau *i j* et le dessous du piston; dans cette ascension la soupape inférieure *d* du corps de pompe s'est ouverte, par la poussée du liquide, de bas en haut. En faisant re-

descendre le piston *b*, l'eau qui se trouve dans le corps de pompe ferme la soupape *d*, et fait ouvrir les soupapes *c c* où elle prend passage pour s'échapper par le dégorgeoir. Quand la pompe est ainsi amorcée, l'ascension de l'eau se continue par la manœuvre du balancier. Pour une pompe nouvellement construite il faut donner plusieurs coups de balancier avant d'obtenir le jet, mais quand la pompe sert journellement, elle conserve son eau, et au premier coup de balancier elle s'échappe par le dégorgeoir.

Cette pompe élévatoire simplement aspirante doit toujours être placée en pratique à moins de 10 mètres d'élévation au-dessus du niveau de l'eau dans le puits, à cause du vide imparfait.

Pompe aspirante et foulante. — Ce système de pompe est généralement employé pour élever l'eau à une grande hauteur. Son application est générale dans les habitations, pour élever l'eau aux divers étages, et dans les mines pour les épuisements.

Cette pompe (fig. 62) diffère de la précédente en ce que le piston est plein sans soupapes. Le dégorgeoir est placé au bas du corps de pompe et prend le nom de tuyau de refoulement. A la jonction latérale de ce tuyau *c* avec le corps de pompe *a* se trouve une soupape *b* s'ouvrant de dedans en dehors. Le tuyau d'aspiration *e* conserve à sa réunion avec le corps de pompe sa soupape *d*, et se termine à la partie plongeante par une pomme d'arrosoir pour ne livrer passage qu'à l'eau du puisard.

La pompe étant ainsi disposée, on manœuvre le balancier; alors le vide se fait dans le tuyau d'aspiration *e*, et l'eau s'élève jusqu'au-dessous du piston. Quand on

fait descendre ce dernier, le volume d'eau que renferme le corps de pompe presse sur la soupape *d* pour la fermer, et fait ouvrir au contraire la soupape *b* pour s'élever dans le tuyau de refoulement. En continuant la manœuvre du balancier, le niveau de l'eau s'élève de plus en plus dans le tuyau de refoulement, à la partie supérieure duquel elle finit par s'écouler, quelle qu'en soit d'ailleurs la hauteur.

Ainsi, au moyen de la pompe aspirante, on place toujours le corps de la pompe à moins de 10 mètres d'élévation au-dessus du niveau de l'eau dans le puisard, pour, par l'effet du vide et de la pression de l'air extérieur, aspirer l'eau à cette hauteur; puis, au moyen du tuyau de refoulement et d'un piston plein, on élève l'eau à des hauteurs indéfinies.

Pompe foulante. — Pour ce système, le corps de pompe *a* (fig. 63) plonge dans une bâche d'eau, il porte à la partie inférieure une soupape dormante, qui, dans l'ascension du piston, permet à l'eau de prendre son niveau dans le corps de pompe. Dans la descente du piston, l'eau presse sur la soupape de refoulement ou de retenue, l'ouvre et se précipite dans le tube de refoulement *b* pour être lancée à une hauteur qui dépend de la force motrice.

Ces pompes foulantes servent aux arrosements des jardins et des rues.

Les pompes à incendie reposent sur ce système, et portent généralement deux corps ou cylindres qui communiquent au même jet; l'un des pistons aspire pendant que l'autre refoule.

Dans ces divers systèmes de pompes, l'écoulement

du jet a lieu par saccades; pour le régulariser on emploie un réservoir à air qui rend le jet continu. Ainsi l'eau, au lieu de s'élever immédiatement dans le dégorgeoir, entre dans une capacité remplie d'air (fig. 64) et munie d'une soupape s'ouvrant de bas en haut. Quand l'eau arrive dans le réservoir et toujours en plus grande quantité qu'elle n'en peut sortir, l'air qu'elle refoule à la partie supérieure réagit par son élasticité sur le niveau de l'eau qui, ne pouvant redescendre à cause de la soupape qu'elle tend à fermer, s'élève dans le tuyau du dégorgeoir. La tension de l'air comprimé fait que l'écoulement de l'eau est continu au lieu d'être intermittent.

C'est sur ce système que l'on établit les pompes à incendie: les deux corps de pompe communiquent alternativement avec le réservoir à air, et l'eau s'échappe en un jet continu.

CALCULS SUR LES POMPES. — *Quelle que soit la hauteur à laquelle une pompe élève l'eau, quels que soient le diamètre et l'inclinaison des tuyaux d'aspiration et d'ascension, le piston porte toujours une charge d'eau égale au poids d'une colonne d'eau qui aurait pour base celle du piston même et pour hauteur la différence de niveau entre la surface du puisard et le point de versement.*

Ainsi, en désignant par H la hauteur de la colonne d'eau, par D le diamètre du piston, et par P la charge ou pression sur le piston, on a pour la valeur de P en kilogrammes, en se rappelant qu'un mètre cube d'eau pèse 1000 kil. :

$$P = \frac{1000 \times \pi D^2 H}{4}.$$

L'expression $\frac{\pi D^2}{4}$ représente la surface du piston et se simplifie ainsi $= 0{,}785\ D^2$; or, $1000 \times 0{,}785 = 785$.

Alors $P = 785 \times D^2 \times H$; telle est la charge de la colonne d'eau sur le piston.

Si l'on suppose le diamètre D égal à 0^m24, et la hauteur H égale à 25 mètres, on aura :

$$P = 785 \times (0{,}24)^2 \times 25 = 1130 \text{ kil.}$$

Le travail T, exprimé en kilogrammètres par seconde, ou $T = 785\,D^2 \times H \times v$; v étant la vitesse.

Mais outre la charge utile sur le piston, la puissance nécessaire pour élever le piston a encore à vaincre les résistances passives suivantes :

1° Le frottement du piston dans l'intérieur du corps de pompe;

2° Le frottement de l'eau dans celui-ci et dans les tuyaux;

3° L'étranglement de l'eau à son entrée dans le tuyau d'aspiration et à son passage au cylindre par la soupape dormante ou d'aspiration;

4° Le poids de cette soupape;

5° L'inertie de la masse d'eau à recevoir;

6° Le frottement du balancier et des articulations;

7° Le poids du piston et de sa tige.

Ces diverses résistances augmentent de 1/5 à 1/4 environ la force motrice à employer, comparativement à l'effet utile produit.

D'après ces données, on calcule la force à employer pour faire mouvoir une pompe par la formule suivante :

$$F = 900 \times D^2 \times H \times v.$$

Dans laquelle F exprime l'effort moteur et v la vitesse du piston par seconde.

Ce qui donne lieu à la règle : Multipliez le coefficient 900 par le carré du diamètre, par la hauteur de la colonne d'eau, et par la vitesse du piston par seconde.

1er *Ex.* : Soit proposé de déterminer la force à employer pour faire marcher une pompe dont le piston a $0^m 24$ de diamètre et une course de $0^m 40$, avec une vitesse de 15 oscillations doubles par minute, la hauteur totale de la colonne étant de 25 mètres.

La vitesse v égale deux fois le nombre d'oscillations doubles par minute multipliant la course du piston, et le tout divisé par 60, nombre de secondes dans une minute.

Ainsi, dans le problème en question, on a :

$$v = \frac{2 \times 15 \times 0{,}40}{60} = 0^m 20, \text{ vitesse par seconde.}$$

Alors on obtient

$$F = 900 \times (0{,}24)^2 \times 25^m \times 0{,}20 = 259^{kgm.} 20.$$

Pour exprimer cette puissance en chevaux-vapeur, il faut diviser par 75 kilogrammètres, et l'on a :

$$F = \frac{259^{kgm.} 20}{75^{kgm.}} = 3^{ch.} 56.$$

Dans les pompes ordinaires, le volume d'eau pratique n'est que les 0,9 environ du volume que cube la pompe.

Or, le volume théorique par coup de piston dans une pompe s'exprime par la formule :

$$V' = 0{,}785 \times D^2 \times L;$$

L représentant la course du piston.

Le volume pratique n'est alors que

$$V = 0,6 \times D^2 \times L.$$

2e *Ex.* : Quelle est la quantité d'eau élevée par la pompe précédente en 10 heures de travail?

On a $V = 0,6 \times (0,24)^2 \times 0,40 = 0^{m.c.}0138$ par coup de piston.

Le volume par minute est : $V = 0^{m.c.}0138 \times 15 = 0^{m.c.}207$.

Et par heure : $V = 0^{m.c.}207 \times 60 = 12^{m.c.}42$.

Enfin, le volume élevé en 10 heures sera

$$V = 124^{m.c.}20.$$

3e *Ex.* : Quel diamètre faut-il donner à une pompe pour élever $0^{m.c.}0138$ par coup de piston, en supposant la course de 0^m40 ?

La formule du volume pratique $V = 0,6 \times D^2 \times L$ se transforme en $D^2 = \dfrac{V}{0,6 \times L}$, ou $D^2 = \dfrac{0^{m.c.}0138}{0,6 \times L}$,

$$\text{et } D = \sqrt[2]{\frac{0^{m.c.}0138}{0,6 \times 0,40}} = 0^m24.$$

Cette formule conduit à la règle suivante : Divisez le volume pratique en un coup de piston par le produit de 0,6 multipliant la course du piston ; puis extrayez la racine carrée du quotient, le résultat sera le diamètre de la pompe.

Observation. — La vitesse du piston dans les pompes est au minimum de 0^m16 par seconde, et au maximum de 0^m24 à 0^m25.

Le diamètre du tuyau d'aspiration et du tuyau d'ascension est égal aux deux tiers ou aux trois quarts de

celui du corps de pompe; l'aire de l'ouverture masquée par les soupapes doit être au moins la moitié de celle du corps de pompe.

SIPHON. — Cet appareil, qui a pour objet de transvaser les liquides et de servir aux épuisements des mines, est fondé sur la pression atmosphérique qui en est le moteur.

Le siphon se compose (fig. 65) d'un tube recourbé à deux branches d'inégale longueur, plongeant chacune dans deux vases différents.

Pour transvaser le liquide du réservoir A dans le réservoir B, on fait le vide dans le tube recourbé, le liquide s'élève alors, par la pression de l'air sur son niveau, dans la branche *h*, et s'écoule avec continuité par la branche *h'* dans le vase B.

Mais la manœuvre du siphon est soumise à plusieurs conditions : ainsi, puisque le vide étant fait dans le tube recourbé, l'eau s'élève par l'orifice *c* dans la branche verticale, en vertu de la pression extérieure de l'air, il faut que la branche *h* n'ait jamais une hauteur verticale de plus de 10 mètres; de plus, comme la pression atmosphérique agit aussi sur l'orifice *d* du vase B pour s'opposer à l'écoulement de l'eau, il faut que la hauteur *h'* soit plus grande que celle de la branche *h*, c'est-à-dire que l'écoulement ne peut avoir lieu si le niveau du vase A n'est pas plus élevé que le niveau du vase B où l'on transvase le liquide.

Le vide peut se faire par l'aspiration, mais on l'obtient généralement en perçant une ouverture au haut du tube recourbé et en remplissant d'eau les deux branches au moyen d'un entonnoir; on bouche préalablement les

deux issues inférieures du tube, et quand il est plein on débouche ses orifices, et l'écoulement à lieu.

Vis d'Archimède. — La vis d'Archimède est une machine qui, comme les pompes, est destinée à elever l'eau; elle est généralement employée pour les épuisements de fondations et pour les constructions hydrauliques. Elle se compose d'un noyau plein *a* (fig. 66), monté sur un axe *b*, et enveloppé d'une chemise cylindrique *c*, qui laisse entre elle et le noyau un espace intermédiaire dans lequel sont disposées des marches continues formant cloisons en spirales sur le contour du noyau. Le mouvement lui est communiqué par une manivelle *g*, sur laquelle plusieurs hommes agissent indirectement par des balanciers.

L'eau monte dans l'intérieur de la vis en descendant. Ce phénomène se réalise de la manière suivante : en faisant tourner la vis, l'eau descend le long de la cloison spirale continue et vient prendre son niveau horizontal sur la marche supérieure, ce qui l'élève, pour chaque révolution, d'une quantité égale au pas de l'hélice; mais pour que cet effet ait lieu d'une manière satisfaisante, il faut que la base inférieure de la vis plonge moitié dans l'eau, sous un angle d'inclinaison de 30 à 45°, que l'air puisse entrer comme l'eau par la partie inférieure de la vis, et que l'angle que l'hélice fait avec l'axe soit compris entre 55 et 60°.

Le diamètre des vis d'Archimède diffère peu de 0^m50; leur longueur égale douze fois leur diamètre extérieur ou 6 mètres environ, et le diamètre du noyau est le tiers de celui de l'enveloppe, ou 0^m 16 environ.

Le rapport de l'effet utile à l'effet moteur n'est dans

la vis d'Archimède que 0,60 à 0,65, c'est-à-dire qu'un manœuvre qui, en agissant sur une manivelle, est susceptible d'un travail journalier équivalant à $6^{kgm.}$ par seconde, ne rend sur cette machine qu'un effet utile de $4^{kgm.}$ environ; on estime qu'un homme peut, avec une vis d'Archimède bien disposée, élever 15 mètres cubes d'eau par heure à 1 mètre de hauteur, et travailler ainsi pendant six heures par jour.

Noria. — Une noria est une machine qui remplace les pompes pour l'élévation de l'eau. Elle se compose (fig. 68) d'une double chaîne sans fin *a*, composée de chaînons à articulations, sur chacun desquels sont ajustés des seaux *b* qui puisent l'eau dans le réservoir inférieur et la déversent dans un bassin. La chaîne s'enroule haut et bas sur une roue de forme hexagonale dont chacun des côtés est égal à la longueur des chaînons.

Le plateau supérieur reçoit son mouvement d'une roue dentée commandée par un pignon à manivelle. La noria rend en effet utile les 0,55 à 0,60 de l'effet moteur.

Roues à godets. — Les roues à godets sont des roues pendantes, à la circonférence desquelles sont fixés des seaux ou godets, pour élever l'eau à une hauteur égale au maximum du diamètre de la roue, et la déverser en basculant dans une bâche spéciale. Le rapport de l'effet utile à l'effet moteur est 0,60 à 0,65; le mouvement est communiqué par l'action du courant sur les palettes d'une roue montée sur le même arbre.

Chapelet. — Le chapelet est un tube de bois appelé *buse*, de 4 à 6 mètres de long sur 0^m13 à 0^m16 de dia-

mètre, et dont l'extrémité plonge dans l'eau à épuiser. On distingue les chapelets verticaux et les chapelets inclinés : dans le premier cas le tube est vertical comme les norias; dans le second cas il est incliné comme la vis d'Archimède. Cette buse est traversée dans son axe par une chaîne sans fin, mue et contenue comme celle des norias et des chaînes à godets, portant de mètre en mètre des grains ou patenôtres garnis d'une rondelle de cuir gras d'un diamètre un peu supérieur à celui de la buse, et soutenus entre deux platines de fer. Cette disposition est celle usitée dans les chapelets verticaux. Dans les chapelets inclinés les grains consistent en de simples palettes en bois.

Les chapelets sont assez employés dans les épuisements pour élever l'eau à plus de 4 mètres de hauteur. Le mouvement est communiqué au moyen de manivelles sur un treuil qui saisit la chaîne dans les anneaux et lui imprime la rotation. Les chapelets inclinés rendent 0,38 de l'effet moteur, et les chapelets verticaux produisent 0,60 environ d'effet utile. La vitesse du chapelet est de 1^m à 1^m50.

Observation. — Dans les diverses machines que nous venons de considérer il est facile de déterminer le rapport de l'effet utile à l'effet moteur : d'un côté l'expérience constate l'effet utile de la machine; d'un autre côté la table, page 108, des quantités de travail journalier produites par l'action des moteurs, donne le travail produit par seconde, par heure et par journée. On divise donc le résultat d'expérience par la quantité de travail du tableau dans le même temps; le quotient exprime le rapport de l'effet utile à l'effet moteur.

Ex. : On constate par expérience qu'une noria, manœuvrée par cinq ouvriers qui agissent sur une manivelle, élève en 1 heure 25 mètres cubes d'eau à 3 mètres de hauteur; quel est le rapport de l'effet utile à l'effet moteur ?

25 mètres cubes élevés à 3 mètres équivalent à 75 mètres cubes élevés à 1 mètre, et un homme produit $\frac{75}{5}$ ou 15 mètres cubes par heure, ce qui correspond à $15 \times 1000^{k} = 15000$ kilogrammètres dans ce temps.

Or, d'après la table de la page 108, un homme agissant sur une manivelle produit par heure une quantité de travail représentée par $6^{kgm.} \times 60 \times 60 = 21600^{kgm.}$; donc $\frac{15000}{21600} = 0{,}69$, rapport de l'effet utile à l'effet moteur.

Presse hydraulique. — La presse hydraulique a pour objet de transformer une certaine force animée d'une certaine vitesse en une force beaucoup plus grande, animée d'une vitesse proportionnellement plus petite; elle rentre donc dans le principe des pouvoirs mécaniques; mais cette machine est fondée sur le principe physique suivant : La pression des liquides placés dans l'intérieur des vases est proportionnelle à la surface.

Si un vase plein d'eau et fermé de toutes parts a deux ouvertures, l'une centuple de l'autre, en mettant à chacune un piston qui lui soit juste, un homme poussant le petit piston égalera la force de 100 hommes qui pousseront le plus grand piston; ou, en d'autres termes, si on place au-dessus du niveau de l'eau renfermée dans le vase un plateau qui s'y ajuste hermétiquement, en admettant que la pression sur chaque centimètre carré

du plateau soit de 5 kilog., cette pression se répartira également sur toute la paroi du vase à raison de 5 kil. pour chaque centimètre carré. Et si on pratique une ouverture de 60 centimètres carrés sur une partie quelconque du vase, qu'on remplisse cette ouverture par un piston, la pression qu'éprouvera ce second piston sera de 60 × 5 = 300 kilog., pression qui croît en raison de la surface du piston.

Ce principe physique de la pression proportionnelle à la surface, dans l'intérieur d'un vase, s'étend aussi aux vases en communication, et de là son application aux presses hydrauliques.

La presse hydraulique (fig. 69) se compose d'un grand piston *a* et d'un petit piston *b*, agissant dans deux corps distincts *c, d*; le mouvement est donné à la tige du piston *b* par un levier *e*; l'eau puisée dans une bâche *f* est refoulée par le piston *b* dans le grand cylindre *c*, pour agir sur la surface du grand piston qui se termine à la partie supérieure par un plateau destiné à presser les matières.

Dans une presse hydraulique il y a à considérer deux avantages, l'un hydrostatique, et le second mécanique, avantages de puissances, mais avec diminution proportionnelle de vitesse.

L'avantage hydrostatique est dans le rapport de la surface du petit au grand piston, l'avantage mécanique est dans le rapport des bras du levier.

Les règles à suivre pour calculer la puissance d'une presse hydraulique consistent à multiplier la force appliquée à l'extrémité du levier par le produit des avantages hydrostatique et mécanique.

Ex. : Quelle est la puissance théorique d'une presse hydraulique dans les conditions suivantes : le rapport du petit bras de levier au grand est comme 1 : 12 ; le rapport de la surface du petit piston à la surface du grand est comme 1 : 90 ; le mouvement est donné à l'extrémité du levier par deux hommes qui, réunis, font un effort de 40 kilog.

$$P = 40 \times 12 \times 90 = 43200 \text{ kilog.}$$

Il faut bien observer que, si la puissance motrice communique au plateau une pression 1080 fois plus grande que 40 kil., ce plateau ne s'élève aussi que $\frac{1}{1080}$ de l'espace parcouru par la puissance, suivant la loi des machines simples.

Emploi de l'air comme force motrice. — Dans les moulins dits à vent, on utilise la vitesse naturelle de l'air pour moudre les farines, scier les bois, etc. Le vent agit sur quatre ailes montées sur un arbre incliné suivant sa direction; cet arbre, animé d'un mouvement de rotation, transmet par engrenages la force motrice aux différentes parties de l'appareil.

Mais dans l'industrie manufacturière on distingue deux appareils qui ont pour objet d'aspirer l'air, et de le refouler avec une grande vitesse pour alimenter les fourneaux.

Ventilateur. — Le ventilateur est l'un de ces appareils. Il est employé avec succès pour alimenter les foyers à la Wilkinson des fonderies, en déterminant un tirage par aspiration, et en comprimant l'air à la manière des soufflets de forge.

Le ventilateur comprend deux pièces principales : la caisse ou enveloppe cylindrique *a* (fig. 70), qui est fixe et le volant ou la roue à palettes *b*, à laquelle on imprime un vif mouvement de rotation, au moyen de poulies montées sur son axe. Les faces latérales de la caisse portent de chaque côté une ouverture circulaire de 0^m30 à 0^m50 de diamètre; c'est par cette ouverture que l'air extérieur est aspiré dans le mouvement rapide des palettes, puis refoulé dans un conduit sous forme de buse ou de tuyau, pour de là se distribuer aux foyers.

Les 4 ou 6 palettes, qui sont boulonnées aux extrémités de branches en fonte du croisillon, ont une largeur presque égale à l'écartement intérieur des joues de la caisse, dans laquelle elles se meuvent comme le ferait un piston rotatif. Mais leur hauteur dans le sens du rayon doit progressivement être plus petite que le rayon intérieur de l'enveloppe, afin que l'air soit refoulé par chacune des palettes. L'angle, que chacune de ces palettes fait avec les bras ou rayons, doit être de 24° à 35° pour produire le meilleur effet.

En supposant à l'axe des palettes une vitesse rotative de 1000 tours par minute, la vitesse par seconde à l'extrémité des palettes, dont le rayon ou la distance à l'axe $= 0^m45$, sera

$$\frac{1000 \times 6{,}28 \times 0^m45}{60} = 47^m1.$$

Cette vitesse serait par heure de $47^m1 \times 3600 =$ 169560 mètres.

Et si la capacité intérieure de la caisse est de $0^{m.c.}20$, le ventilateur enverrait aux foyers un volume de

$0^{m.c.}20 \times 169560$, ou 33912 mèt. cubes d'air par heure.

L'effort qui tend, en vertu de la force centrifuge, à séparer ou disloquer chaque palette, en supposant le poids de chaque palette de $2^{k}6$, est donné par :

$$F = \frac{2^{k}6 \times (47^{m}1)^{2}}{9{,}81 \times 0{,}45} = 1306^{k}7.$$

Chacune des palettes doit donc être consolidée sur les bras pour résister à cet effort.

MACHINE SOUFFLANTE. — Pour alimenter la combustion des hauts-fourneaux, on substitue au ventilateur les machines soufflantes ou soufflets à piston, dont la puissance est beaucoup plus considérable.

Le soufflet-piston mis en mouvement soit par une roue hydraulique, soit par une machine à vapeur, se meut comme le piston à vapeur dans un cylindre *a* (fig. 71), muni haut et bas d'une soupape d'aspiration et de refoulement. Dans la descente du piston, l'air est aspiré à la partie supérieure d'un cylindre, et celui de dessous est refoulé dans la buse commune. Dans l'ascension du piston, l'aspiration de l'air a lieu par le bas, et il se trouve refoulé par le haut. Ainsi, le piston a pour objet, dans son mouvement de va-et-vient, de refouler, à chaque oscillation, la quantité d'air aspirée dans l'oscillation précédente, et ce mouvement du piston est à double effet, car le piston aspire et refoule en montant et en descendant.

Si l'on suppose la course du piston égale à $0^{m}80$ et son diamètre à $0^{m}60$, le piston refoulera, dans chaque oscillation simple du piston, un volume d'air égal à $0{,}785 \times (0{,}60)^{2} \times 0{,}80 = 0^{m.c.}226$. Or, si le piston bat 90

coups simples par minute, il refoulera pendant ce temps un volume d'air de 15$^{m.c.}$82, et par heure 1220$^{m.c.}$40.

Connaissant donc la quantité d'air à insuffler dans un temps donné, il est facile de disposer les dimensions du cylindre et la vitesse du piston pour produire ce volume d'air, en observant que le rapport du volume d'air lancé à celui qui est engendré est comme 5 : 7. Le rapport de l'effet utile à l'effet moteur d'une machine soufflante, quand la force motrice bien établie est une machine à vapeur ou une roue hydraulique, est de 0,50.

Depuis plusieurs années les souffleries à air froid sont avantageusement remplacées par les souffleries à air chaud, qui produisent une grande économie. L'air, dans ces appareils, est chauffé par des fourneaux additionnels, ou plus généralement par la flamme du gueulard.

L'emploi de l'air comme force motrice ou régulatrice reçoit chaque jour de nouvelles applications : ainsi on a déjà établi des régulateurs à air pour remplacer les gouverneurs de Watt ou à boules dans les machines à vapeur et les roues hydrauliques.

L'air est l'agent des chemins de fer dits « atmosphériques ». Un piston adapté au premier wagon d'un train est introduit dans un tube central à rainure et à soupapes longitudinales. Une pompe d'aspiration établie à la station fait le vide dans le tube central, et l'atmosphère presse sur le convoi et lui donne son impulsion.

Enfin le capitaine Erickson applique l'air chaud comme force motrice d'après un système régénérateur; c'est-à-dire, qu'il dépouille de son calorique l'air chaud après sa fonction sur le piston d'un cylindre, au profit

d'une nouvelle quantité d'air succédant à la première.

DILATATION DES CORPS. — Les substances employées dans les arts ont la propriété de s'allonger ou d'augmenter le volume par la chaleur. Dans l'emploi de ces diverses matières et en particulier des métaux, on devra tenir compte de leur dilatabilité; on se trouvera ainsi amené à éviter le scellement des extrémités des barres d'une certaine longueur là où le raccourcissement ou l'allongement serait nuisible. On laissera enfin tout le jeu et la liberté nécessaires dans l'assemblage des tuyaux de conduite et autres applications.

Dilatation linéaire. — De 0 à 100 degrés centigrades, l'acier s'allonge de $1^{mill.}24$ par mètre, le fer de $1^{mill.}22$, le cuivre rouge de $1^{mill.}72$, le cuivre jaune de $1^{mill.}88$, l'or de $1^{mill.}55$, l'argent de $1^{mill.}90$, l'étain de $2^{mill.}10$, le plomb de $2^{mill.}80$.

La dilatation moyenne par degré est le 1/100 des nombres indiqués pour 100 degrés. La dilatation superficielle d'un corps est environ le double de sa dilatation linéaire.

La dilatation cubique des corps s'estime à trois fois environ la dilatation linéaire.

Dilatation en volume. — De 0 à 100°, le mercure augmente de 1/55, l'eau de 1/23, l'alcool de 1/9, et l'air et les autres gaz de 1/267 du volume primitif.

TABLE

POUR LA COMPOSITION DE RONDELLES OU SOUPAPES FUSIBLES A DIVERS DEGRÉS.

BISMUTH.	PLOMB.	ÉTAIN.	TENSIONS DE LA VAPEUR en atmosphères.	TEMPÉRATURES CORRESPONDANTES en degrés centigrades.
Parties.	Parties.	Parties.	Atmosphères.	Degrés.
8	6,44	3,00	1	100,0
8	8,00	3,80	1 1/2	112,2
8	8,00	7,50	2	122,0
8	9,69	8,00	2 1/2	129,0
8	12,64	8,00	3	135,0
8	13,80	8,00	3 1/2	140,7
8	15,00	8,00	4 1/2	145,2
8	16,00	9,00	5	15[illegible],0
8	16,[illegible]0	19,00	5 1/2	1[illegible]4,0
8	25,15	24,00	6	15[illegible],0
8	27,33	24,00	6 1/2	164,0
8	28,66	24.00	7	16[illegible],0
8	29,41	24,00	7 1/2	170.6
8	38,24	24,00	8	173,0

Cette table permet de fixer le point de fusion d'une rondelle ou d'une soupape composée des trois métaux : bismuth, plomb et étain.

On voit, par exemple, qu'une rondelle composée de 8 parties de bismuth, de 12,64 parties de plomb et de 8 parties d'étain fondrait à la pression de 3 atm. ou à la température de 135 degrés centigrades.

On pourra varier le degré de fusibilité suivant les divers besoins industriels.

Scieries. — On distingue en mécanique les scies alternatives et les scies circulaires.

L'avancement d'une scie alternative est moyennement par coup de 5 mill. pour le sapin, et de 2$^{mill.}$5 pour le chêne.

Une scie alternative à la vitesse ordinaire de 120 coups par minute, et avec une course de $0^{m}60$, ce qui fait une vitesse de $2^{m}40$ par seconde, débite par heure $7^{m.q.}80$ de planches en sapin, en ne comptant qu'une face sciée pour chaque pièce.

La même scie débiterait dans le même temps $2^{m.q.}80$ de madrier en chêne.

Ce travail exige environ la force d'un cheval à un cheval-vapeur 5/10.

Deux scieurs de long font produire à une scie alternative (en supposant 50 coups de scie par minute, un arrêt de 1/2 minute après 3 à 4 minutes et une course de scie de $0^{m}975$) un travail de 2 mèt. carrés de surface de chêne sciée.

Pour le placage la scie, à une vitesse de 280 à 300 coups par minute, produit $3^{m.q.}60$ de surface sciée d'acajou, en supposant un avancement de 1/2 mill. à chaque révolution.

Les scies circulaires marchent à la vitesse de 400, 600 tours et plus par minute; leurs diamètres varient depuis 3 centim. jusqu'à 1 mètre.

Pour la menuiserie et l'ébénisterie, le diamètre de la scie varie de 12 à 60 cent.

L'observation a prouvé qu'une scie circulaire de $0^{m}70$ de diamètre, marchant à 266 tours par minute, a scié en une heure $10^{m.q.}80$ de chêne; et, en parcourant 244 tours, a scié 45 mètres carrés de sapin en planches sèches; c'est-à-dire quatre fois plus qu'une scie alternative pour le débit de petits bois.

MOULINS A BLÉ. — Le diamètre ordinaire des meules à l'anglaise est de $1^{m}30$ avec une vitesse de 120 révol.

par minute. Une paire de meules moud en moyenne 15 à 16 hectol. de blé par 24 heures, et rend 60 p. 0/0 de farine première, dans les environs de Paris. La mouture d'une paire de meules correspond ainsi à 50 kil. moyennement par heure, et exige une force de 3 chevaux environ; c'est-à-dire qu'un cheval-vapeur moud 20 kil. de blé par heure, y compris le nettoyage et le blutage.

Dans les usines de la Bourgogne et du Lyonnais, on fait moudre 24 à 25 hect. de blé par paire de meules en 24 heures; la mouture est moins serrée, c'est au détriment de la qualité des farines. Dans ce cas, la force d'un cheval-vapeur correspond à la mouture de 25 kil. de blé par heure; elle s'élève même à 30 kil. pour les moutures grossières.

Dans certains moulins, les meules ont de $1^{m}40$ à $1^{m}50$, et même $1^{m}60$ de diamètre, avec le mode américain, c'est-à-dire les meules rayonnées et rhabillées comme celles de $1^{m}30$. La vitesse n'est d'ordinaire que de 90 à 100 tours par minute. Ces grandes dimensions simplifient le mécanisme en diminuant le nombre de paires de meules, et permettent de tirer meilleur parti de la puissance du moteur.

On comprend en effet que dans certains moments on peut avoir trop de force pour faire marcher un moulin de plusieurs paires de meules de $1^{m}30$ en travaillant bien, et que cette force pourrait être utilisée entièrement avec des meules de $1^{m}50$ à $1^{m}60$; ou bien encore, là où il n'y aurait pas assez de force pour faire marcher 2 paires de $1^{m}30$, on en fera travailler une seule paire de $1^{m}60$.

CHAPITRE V

TRANSMISSIONS DE MOUVEMENTS

Il y a à considérer, dans l'établissement des machines, plusieurs parties distinctes : 1° le moteur donnant la puissance; 2° le récepteur recevant directement l'impulsion motrice ; 3° l'opérateur ou outil qui confectionne l'ouvrage ; 4° les communicateurs servant à transmettre à l'outil la force motrice, puis les modificateurs ou régulateurs du mouvement.

Les moteurs que l'on emploie généralement sont les hommes, les animaux, l'air, l'eau et la vapeur.

Les hommes servent le plus ordinairement pour les machines qui exigent peu de force : ainsi, ils agissent sur les manivelles des treuils, des crics, des machines à battre le blé, etc.

Les chevaux et les bœufs sont attelés aux manéges lorsque les machines n'exigent pas un mouvement régulier.

L'air fait tourner les moulins à vent, et est utilisé par les ventilateurs et dans les souffleries pour alimenter les hauts-fourneaux.

L'eau agit sur les roues hydrauliques pour les usines, la mouture du blé, etc.

Enfin, la vapeur est employée pour les machines de petite et de grande puissance; la vapeur présente sur

l'eau l'avantage de pouvoir être appliquée en tous lieux, suivant l'emplacement adopté pour les établissements manufacturiers.

Les récepteurs qui se lient étroitement aux moteurs, parce qu'ils en reçoivent directement l'action, sont les roues hydrauliques, les pistons, les manéges, etc., etc.

Les outils dépendent du genre de travail à produire : ainsi, dans un moulin à blé, ce sont les meules; dans une scierie, ce sont les lames qui confectionnent l'ouvrage.

Transmissions. — L'action du récepteur se transmet par communication à l'outil, et les pièces intermédiaires prennent le nom de communicateurs de mouvement.

On distingue trois mouvements principaux : 1° le mouvement rectiligne, celui d'un corps qui suit une ligne droite; 2° le mouvement circulaire, celui d'un corps qui parcourt un cercle; 3° le mouvement curviligne, celui d'un corps qui décrit une courbe.

Ces trois mouvements sont continus ou alternatifs : continus quand ils ont lieu dans le même sens, et alternatifs s'ils agissent dans des sens différents, ou s'ils suivent des directions de va-et-vient.

Ces divers mouvements peuvent se combiner entre eux de vingt-une manières différentes, comme l'indique le tableau suivant, et chaque machine est l'application simple ou composée d'une ou plusieurs de ces transformations.

1° Le mouvement rectiligne continu peut être converti en...	rectiligne................	continu.	1
		alternatif.	2
	circulaire................	continu.	3
		alternatif.	4
	d'après une courbe donnée.	continu.	5
		alternatif.	6
2° Le mouvement circulaire continu peut être converti en....	rectiligne................	alternatif.	7
	circulaire................	continu.	8
		alternatif.	9
	d'après une courbe donnée.	continu.	10
		alternatif.	11
3° Le mouvement continu, d'après une courbe donnée, peut être converti en............	rectiligne................	alternatif.	12
	circulaire................	alternatif.	13
	d'après une courbe donnée.	continu.	14
		alternatif.	15
4° Le mouvement rectiligne alternatif peut être converti en.	rectiligne................	alternatif.	16
	circulaire................	alternatif.	17
	d'après une courbe donnée.	alternatif.	18
5° Le mouvement circulaire alternatif peut être converti en.	d'après une courbe donnée.	alternatif.	19
	circulaire................	alternatif.	20
6° Le mouvement alternatif, d'après une courbe donnée, peut être converti en mouvement..	d'après une courbe donnée.	alternatif.	21

On peut observer que chacune de ces transformations a sa réciproque, en ce sens que, si le mouvement rectiligne alternatif se convertit en mouvement circulaire alternatif, par exemple, de même aussi le mouvement circulaire alternatif se transforme en mouvement rectiligne alternatif. Les exemples suivants présentent les combinaisons les plus usitées en mécanique de ces diverses transformations :

Conversions du mouvement rectiligne continu en mouvement rectiligne continu. — Les cordes ou courroies qui glissent sur des poulies fixes de renvoi transmettent à des distances et dans des plans divers le mouvement rectiligne continu. C'est ainsi qu'une corde enroulée sur une poulie *a* (fig. 72, pl. 3) et qui reçoit à une extrémité une charge et à l'autre l'application d'une force, transforme le mouvement rectiligne continu de

la force appliquée en un mouvement rectiligne continu du poids ou de la charge à élever.

La fig. 73 est un autre exemple du même mouvement. Des règles *a b* sont réunies l'une à l'autre par des montants articulés *c d*, et la disposition de ces quatre pièces est telle que, quelle que soit la position qu'on leur donne, elles sont toujours parallèles deux à deux et forment un parallélogramme. Cet instrument sert à tracer des lignes parallèles, dont la plus grande distance est limitée par la hauteur verticale des montants à articulation *c d*. En tirant de droite à gauche, par exemple, la règle supérieure *a*, les montants *c d* s'inclinent et permettent son rapprochement parallèle vers la règle *b*, pour tracer une série de parallèles.

De même la barre *a* (fig. 74), réunie aux règles *bc* par les montants articulés *d d'*, suit une direction parallèle.

La marche parallèle du chariot dans les métiers à filer et les presses à coins sont autant d'exemples de cette transformation.

Conversions du mouvement rectiligne continu en mouvement rectiligne alternatif. — La fig. 75 est un exemple de cette transformation : une bande solide *a*, sur laquelle sont évidés des sillons en plans inclinés, est liée à une règle verticale *b* par un goujon qui, assujetti, dans le mouvement rectiligne de la bande, à suivre les sillons, produit la montée et la descente verticale de la règle *b*.

Dans les machines à vapeur, où ce fluide agit tantôt au-dessus, tantôt au-dessous du piston, pour lui donner un mouvement rectiligne alternatif, il y a changement

de mouvement rectiligne continu de la vapeur qui arrive de la chaudière en mouvement rectiligne alternatif du piston.

CONVERSIONS DU MOUVEMENT RECTILIGNE CONTINU EN MOUVEMENT CIRCULAIRE CONTINU. — Le courant de l'eau, en agissant sur une roue hydraulique, transforme son mouvement rectiligne continu en un mouvement circulaire continu.

La réciprocité se rencontre dans les treuils, les crics, les cabestans, etc., où le mouvement circulaire ou rotatif de la manivelle ou du rouleau produit l'ascension verticale rectiligne de la charge. Il en est de même d'une vis tournant dans son écrou; à chaque tour de la vis l'écrou marche ou s'élève d'une quantité donnée.

La fig. 76, connue sous le nom de vis différentielle de Prony, est un semblable exemple de conversion, mais avec l'avantage d'une précision mathématique.

ab est un cylindre portant à chaque extrémité deux vis de pas absolument égaux, tournant dans les montants ou écrous *cd*. A chaque tour de manivelle le cylindre parcourt un espace horizontal égal au pas des vis *ab*. Ce cylindre reçoit au milieu une partie vissée *g* dont le pas diffère à volonté du pas des vis *ab*. Par ce moyen l'écrou *h*, qui peut glisser dans une rainure disposée sur la base des montants *cd*, s'avance pour un tour de manivelle d'une quantité égale à la différence qui existe entre le pas de la vis du milieu et le pas des deux vis extrêmes.

Une crémaillère conduisant une roue d'engrenage est encore une application de transformation du mouvement rectiligne en mouvement circulaire continu, et

la réciproque a lieu quand deux laminoirs, animés d'un mouvement de rotation continue, entraînent en ligne continue une barre ou plaque métallique.

EXEMPLES DE CONVERSIONS D'UN MOUVEMENT RECTILIGNE CONTINU EN CIRCULAIRE ALTERNATIF. — Dans les pompes, le mouvement rectiligne du piston est obtenu par le mouvement circulaire alternatif du balancier. La réciproque de ce mouvement a aussi lieu quand un levier *a* (fig. 77), tournant autour de son centre *b*, reçoit à articulation deux bras de levier *c d* recourbés à leurs extrémités. Par ces extrémités les leviers engrènent avec les dents d'une barre *g* qui porte à son milieu une rainure dans laquelle se loge le centre du levier *a*. En faisant alors jouer le levier en mouvement circulaire alternatif, la barre s'élève et prend un mouvement rectiligne continu.

TRANSFORMATIONS DU MOUVEMENT CIRCULAIRE CONTINU EN MOUVEMENT RECTILIGNE ALTERNATIF. — Cette conversion peut être obtenue de diverses manières.

Le mouvement circulaire continu de la manivelle *a* (fig. 78) est converti par la tringle ou bielle *b* en un mouvement rectiligne alternatif de la scie *c*.

La réciprocité a lieu dans les machines à vapeur à balancier; la fig. 79 en est une application; la vapeur agit alternativement sur chacune des faces du piston *a* pour lui donner un mouvement rectiligne de va-et-vient qui, par l'intermédiaire du balancier *b* et de la bielle *c*, produit le mouvement circulaire continu de la manivelle *d*.

Dans les machines à directrice, le piston communique

son mouvement de va-et-vient à un galet *a* mobile dans une coulisse *b* (fig. 78 *bis*), lequel mouvement est changé par la bielle *c* en un mouvement circulaire continu de la manivelle *d*.

En faisant tourner d'une manière continue une roue *a* (fig. 80) à l'intérieur d'une roue *b* dont le rayon est double de la première, et en joignant à articulation un point quelconque *c* de la circonférence de la roue *a* à une tige *d*, celle-ci recevra dans le mouvement circulaire de la roue *a* un mouvement rectiligne alternatif.

EXCENTRIQUES. — Des exemples de la même transformation sont représentés fig. 81. L'excentrique *a*, animé d'un mouvement circulaire continu, produit l'ascension rectiligne alternative d'une tige *b* avec laquelle il est en contact; pour diminuer le frottement, la tige *b* porte un galet *c* en contact avec la courbe, et elle se trouve guidée dans une coulisse ou entre d'autres galets *d d*.

Cet excentrique double, dit en cœur, se trace de la manière suivante : Supposons que *a* soit le centre de l'arbre qui reçoit l'excentrique, et qu'il doive faire parcourir au centre du galet la distance *b b'* dans une demi-révolution, pour le ramener ensuite au point de départ dans la deuxième demi-révolution; du point *a* décrivez les circonférences de rayons *ab* et *a b'*, divisez la distance *b b'* en plusieurs parties égales, en quatre par exemple, et à partir du point *b'* divisez la circonférence du rayon *a b'* en un nombre double de divisions; puis du centre *a* décrivez autant de circonférences qu'il y a de divisions dans *b b'*, joignez tous les points de division de la circonférence *a b'* au centre, le point de rencontre du rayon

a 1 avec la circonférence de rayon a 1 est un point de la courbe; le point de rencontre du rayon a 2 avec la circonférence de rayon a 2 est un deuxième point de la courbe, et ainsi de suite jusqu'à la quatrième division, qui est directement opposée au point de départ; vous aurez ainsi tracé la demi-courbe correspondante à la demi-révolution de l'excentrique pour élever le point b en b'; la courbe se construit symétriquement de l'autre côté pour ramener le point b' en b.

Ce tracé permet de communiquer un mouvement rectiligne alternatif régulier et uniforme, puisque, pour chaque arc égal de l'excentrique, le point s'élève d'une quantité rectiligne égale. Mais en conservant égales les divisions de la circonférence, et en diminuant l'écartement des divisions sur la distance à parcourir à partir du point de départ ou en agrandissant proportionnellement cet écartement, on modifie la vitesse et la pression de l'excentrique suivant le besoin.

Le tracé précédent n'est qu'un cas particulier des courbes excentriques; mais on appelle en général *excentriques* des courbes dont les points sont à des distances inégales de leur centre de rotation.

Le cercle lui-même est un excentrique lorsque l'axe qui lui imprime son mouvement ne passe pas par le centre.

Ces courbes, qui ont toujours pour objet de transformer un mouvement circulaire continu en un mouvement rectiligne alternatif, soit par un contact direct ou intermédiaire, soit en agissant par leur contour ou de champ, sont très-souvent en usage dans les machines et varient à l'infini; mais la course d'un excentrique est

toujours égale à la différence du rayon de la partie la plus éloignée du centre avec le rayon de la partie la plus rapprochée.

Quand, pour une même révolution de l'excentrique, il doit y avoir relâche dans le mouvement rectiligne alternatif qu'il imprime, on dispose sur son contour des parties concentriques, comme fig. 82; et pour les portions d'arcs *a b*, *c d*, l'excentrique, tout en continuant son mouvement rotatif, maintient la pièce qu'il conduit, mais ne lui communique aucun mouvement; ce mouvement ne continuera qu'à l'instant où la partie devient excentrique; il est facile alors de disposer la forme extérieure de l'excentrique pour produire tel mouvement que l'on voudra, soit continu, soit intermittent.

Ainsi les manivelles, les bielles et les excentriques, sont très-convenables pour transformer un mouvement circulaire continu en rectiligne alternatif, et réciproquement.

CHANGEMENTS DE MOUVEMENT CIRCULAIRE CONTINU EN CIRCULAIRE CONTINU. — Les roues qui engrènent ensemble, les chaînes et les courroies sans fin qui glissent sur des poulies ou tambours, sont des applications journalières de cette transformation. La facilité d'opérer la tension convenable des courroies, et l'avantage qu'elles présentent de pouvoir transmettre la rotation continue dans une direction quelconque, à des distances éloignées et sans bruit, les ont fait substituer dans quelques établissements aux roues d'engrenages, pour la commande des meules de moulin.

Les fig. 83 et 84 sont des exemples de conversion de ce mouvement dans un même plan et dans un plan per-

pendiculaire au premier. La transmission du mouvement circulaire continu en circulaire continu est obtenue dans les tours par des poulies à divers diamètres ou des cônes dits alternes (fig. 85 et 86), placés l'un au-dessous de l'autre pour présenter une tension égale à la courroie; mais il y a, par ce système, modification ou variation de vitesse, suivant qu'au moyen d'une fourchette on fait glisser la courroie à droite ou à gauche, ce qui est indispensable pour donner plus ou moins de vitesse aux pièces à dresser sur le tour, selon la dureté ou la nature de la matière en travail.

Pour obtenir une vitesse très-lente, on commande une roue *a* (fig. 87) par une vis sans fin *b*; pour chaque tour de la vis, la roue ne tourne que d'une dent; si donc la roue porte soixante dents, il faudra soixante tours de manivelle pour lui faire décrire une révolution entière. En plaçant sur l'axe de la roue *a* une seconde vis *b'*, la deuxième roue *c*, de soixante dents qu'elle commanderait, ne ferait qu'un tour pendantque la manivelle de la première vis parcourrait trois mille six cents révolutions. L'emploi des vis sans fin est très-convenable pour obtenir des vitesses lentes.

TRANSFORMATIONS DU MOUVEMENT CIRCULAIRE CONTINU EN CIRCULAIRE ALTERNATIF. — Les figures 88 et 89 sont deux exemples de cette transformation. Dans la première, une roue à cames *a*, qui est animée d'un mouvement rotatif continu, vient successivement buter contre l'extrémité du martinet de forge *b*, de manière à le faire osciller autour de son centre *c*, et le relâcher aussitôt pour qu'il puisse retomber de tout son poids sur l'enclume *d*. La distance des cames

de la roue est combinée pour que le martinet ait le temps de retomber sur l'enclume avant que la came suivante vienne le presser de nouveau.

Mais les cames n'agissent pas toujours en pressant; ainsi, dans la figure 89, chaque came vient au contraire soulever le martinet par la tête : c'est la disposition du marteau frontal.

Une manivelle agissant sur un balancier opère la même transformation. De même, dans la machine du rémouleur et dans le rouet à filer, la pédale sur laquelle l'ouvrier pose le pied décrit un mouvement circulaire alternatif qui, par l'intermédiaire d'une bielle et d'une manivelle, imprime à la meule à aiguiser ou au rouet un mouvement circulaire continu.

Les échappements d'horlogerie et les leviers de la garousse sont des exemples de la même transformation.

Mouvement rectiligne alternatif en circulaire alternatif et réciproquement. — Les pompes mues par un secteur (fig. 90) sont un exemple de ce changement; il en est de même de l'archet dont on se sert pour les petits tours à main.

Dans les machines à vapeur, le mouvement rectiligne alternatif du piston produit le mouvement circulaire alternatif du balancier; le mécanisme intermédiaire de la rectitude de cette transformation s'appelle parallélogramme de Watt.

Ce parallélogramme, destiné à maintenir la tige du piston dans une direction sensiblement verticale, se trace de la manière suivante (fig. 91) :

Soit A la projection verticale du pivot du balancier, dont toutes les lignes, ainsi que celles des montants du

parallélogramme, sont représentées seulement par la ligne milieu; la ligne A C représente donc le balancier dans sa position la plus élevée; l'extrémité C du balancier décrit autour de son centre A l'arc de cercle $C C' C^2$, dont la corde est égale au double du rayon de la manivelle qui règle en même temps la course du piston dans le cylindre. Si par le milieu de la flèche de cet arc on trace la verticale D D′, nous allons faire voir que le point D′, extrémité de la tige du piston qui est dans la même direction, ne s'en écartera pas dans les trois positions principales du balancier.

Le point de suspension des liens du parallélogramme doit se trouver sur le milieu du rayon A C; c'est pourquoi on divise cette longueur en deux parties égales au point E, et la distance C E est un des grands côtés du parallélogramme; l'un des petits liens doit avoir son extrémité inférieure sur la verticale D D′ et se lier à l'extrémité du grand côté; de plus, sa longueur égale le rayon de la manivelle; en traçant du point C et avec ce rayon un arc de cercle qui coupe la verticale D D′ au point G, et en joignant C G, nous aurons le petit côté du parallélogramme. On mène alors par les points E et G les parallèles E F et G F aux côtés trouvés C E et C G, ce qui donne la forme C G E F du parallélogramme dans la position la plus élevée du balancier. Il reste maintenant à déterminer la position du centre de mouvement H autour duquel se meuvent les guides I qui sont liés à articulation au point F du parallélogramme.

Or, ce centre doit se trouver dans le plan de la verticale D D′, et, de plus, il est généralement distant de F

d'une longueur égale à la moitié du rayon du balancier; en traçant donc du point F comme centre et avec le rayon C E un arc de cercle, le point H, où cet arc coupe la verticale D D′ est le centre fixe cherché.

Pour avoir la position du parallélogramme dans la position milieu A C′ du balancier, nous remarquerons que le point E, en décrivant son arc autour du centre A, est venu en E′, et que le point F s'est placé en F′ sur l'horizontale H F′. Le point C est venu en C′, et la ligne C′ E′ représentera le grand côté du parallélogramme. Quant au point G, on obtient sa nouvelle position en décrivant du point C′ un arc de rayon C G qui coupe la verticale D D′ en un point G′. On connaît donc les deux côtés du parallélogramme, et, par suite, le parallélogramme C′ E′ G′ F′ dans la position milieu du balancier; on déterminerait de même la troisième position G′ F D′ L du parallélogramme, correspondante à la position inférieure extrême du balancier. L'attache de la tige du piston se trouvant sur la verticale D D′ dans les trois positions principales du balancier, cela est suffisant pour la direction dont on a besoin; mais il ne faut pas toutefois que l'arc parcouru par le balancier dépasse 40 degrés.

Vitesse des tours, alésoirs, machines a percer, etc. — La vitesse à la circonférence de la pièce ou de l'outil dans les machines à tourner, mortaiser et raboter la fonte douce, doit être de 7 à 8 centimètres par seconde. Cette vitesse diminue pour la fonte dure; elle s'élève de 11 à 12 centim. pour le fer, parce que l'on humecte constamment l'outil avec de l'huile ou de l'eau de savon.

La vitesse de l'outil à sa circonférence mobile, dans les machines à percer, tarauder et aléser, est de 4 à 5 cent. par seconde pour la fonte douce, et de 6 à 7 cent. pour le fer.

Lorsque le travail se fait à la main, la vitesse double. La différence de vitesse de la matière ou de l'outil, quand le tournage est opéré mécaniquement ou à la main, provient de ce que l'outil mécanique est toujours en contact avec la matière, tandis qu'à la main, le crochet ou la plane n'ont qu'un contact intermittent.

L'avancement latéral de l'outil varie suivant la force des machines; il est en général de un quart à un tiers de millim. par révolution de la pièce, excepté pour les forets dont l'avancement est moindre.

CHAPITRE VI

ENGRENAGES

Les roues d'engrenages, les poulies, les tambours, dont l'emploi est si fréquent dans les machines, ont pour objet de transmettre l'action d'un moteur et d'en varier la vitesse dans des limites déterminées.

Les roues d'engrenages sont des plateaux eu disques circulaires sur lesquels on a régulièrement tracé des pleins et des vides qui prennent le nom de *dents* et de *creux*.

Lorsqu'il s'agit de transmettre le mouvement d'un arbre à un autre arbre parallèle, les roues qui les font mouvoir sont appelées *roues droites* ou *cylindriques*, parce que leurs génératrices sont parallèles. Les roues montées sur des arbres perpendiculaires ou inclinés sont dites *roues d'angles* ou *coniques*, parce que leurs génératrices tendent vers un sommet commun. Cependant les roues cylindriques à incrustations héliçoïdes peuvent aussi transmettre le mouvement à deux axes perpendiculaires.

Quand deux roues droites ou coniques (fig. 92) se transmettent le mouvement de l'une à l'autre, elles tournent en sens contraire; mais si les axes, sur lesquels sont placées ces deux roues, doivent tourner dans le même sens, il faut intercaler une troisième roue inter-

médiaire qui communique alors de la première roue à la deuxième, et il est essentiel d'observer que, quelle que soit la grandeur de cette roue intermédiaire, elle ne change pas la vitesse relative des roues A et B (fig. 93), et, par suite, celle de leurs axes; car dans le même temps il y a le même nombre de dents en contact, c'est-à-dire que, si la première roue A fait avancer la roue intermédiaire C de trois dents, celle-ci fera de même tourner la roue B du même nombre de dents. Et s'il y a plusieurs roues intermédiaires entre les roues A et B, comme fig. 94, le nombre et la grandeur de ces roues intermédiaires ne changent nullement la vitesse qu'aurait la roue B si elle était commandée directement par la roue A. Les roues intermédiaires servent à varier le sens de rotation et à relier ensemble des roues distancées.

Lorsque deux arbres parallèles sont éloignés, et que le mouvement est communiqué de l'un à l'autre par des tambours ou poulies embrassées par des courroies, la simple disposition des branches de la courroie suffit pour varier le sens de rotation des arbres. Ainsi, quand ces arbres doivent tourner dans le même sens, les branches de la courroie sont parallèlement placées (fig. 95) sur la circonférence des tambours ou poulies; et, dans le cas où les arbres doivent opérer leur rotation en sens contraire, on fait croiser les branches de la courroie (fig. 96).

Principe fondamental.—En faisant tourner sans glissement deux plateaux, poulies ou tambours l'un contre l'autre, chaque point de la circonférence de l'un vient successivement coïncider avec chaque point de la circon-

férence de l'autre, et les arcs parcourus dans le même temps sont égaux. Alors, si la première circonférence a un développement double de la seconde, cette dernière fera deux tours pendant que la première n'en fait qu'un. Il en est de même pour deux roues dentées qui engrènent ensemble : si l'une a quarante-huit dents, par exemple, et l'autre douze, les dents de l'une venant successivement se mettre en contact avec les dents de l'autre, la roue de douze dents fera quatre révolutions pendant que la première n'en fait qu'une.

D'après ce principe général, les engrenages droits et coniques, comme les poulies et tambours employés dans les usines pour les transmissions de mouvement, suivent les lois communes suivantes :

1° Le nombre des dents de deux roues en contact est proportionnel aux circonférences ou aux rayons et diamètres de ces mêmes roues.

Ainsi, en représentant par N le nombre de dents d'une roue de rayon R, et par n le nombre de dents d'un pignon de rayon r, on a la portion $N : n :: R : r$, d'où l'on peut déduire toujours l'une des quatre quantités lorsqu'on en connaît trois.

2° La vitesse des roues, poulies ou tambours est en raison inverse du nombre de dents ou de leurs rayons.

En représentant par V la vitesse de rotation de l'arbre qui porte la petite roue ou pignon de rayon r, et par v la vitesse de l'arbre de la roue de rayon R on a : $V : v :: r : R$, et $V : v :: n : N$.

Dans ces proportions on peut également déterminer l'une quelconque des quatre quantités connaissant les trois autres.

Ce qui peut se résumer ainsi pour deux roues en contact :

1° Plus le rayon d'une roue sera grand, plus grand sera aussi le nombre de dents.

2° Plus le rayon ou le nombre de dents est grand, plus la vitesse de la roue est petite, et réciproquement.

Problèmes relatifs aux engrenages, poulies et tambours. — 1° Quand on connaît les rayons de deux roues en contact A et B, et le nombre de dents de la roue A, on détermine le nombre de dents de la roue B par la règle suivante :

Multipliez le nombre de dents de la roue A *par le rayon de la roue* B, *et divisez ce produit par le rayon de la roue* A; *le quotient donnera le nombre de dents de la roue* B.

Ex. : Supposons que la première roue ait un rayon de 12 centimètres et porte 75 dents, et que le rayon de la deuxième ait 8 centimètres, combien portera-t-elle de dents ?

$$n = \frac{75 \times 8}{12} = 50,$$ nombre de dents de la deuxième roue.

2° Quand on connaît le nombre de dents de deux roues A et B, et le rayon de la première, on détermine le rayon de la deuxième par la règle suivante :

Multipliez le rayon de la roue A *par le nombre de dents de la roue* B, *et divisez ce produit par le nombre de dents de la roue* A; *le quotient exprimera le rayon de la roue* B.

Ex. : Deux roues en contact ont, la première 75 dents, et la deuxième 50, le rayon de la première est de 12 centimètres, quel sera le rayon de la seconde ?

$$r = \frac{12 \times 50}{75} = 8 \text{ centimètr., rayon de la roue B.}$$

3° Lorsque l'on connaît le nombre de révolutions pa minute de deux roues, poulies ou tambours A, B, et le rayon de la première A, on détermine le rayon de la seconde B par la règle suivante :

Multipliez le nombre de tours de la première roue ou poulie A *par son rayon, et divisez par le nombre de tours de la deuxième roue ou poulie* B; *le quotient donnera le rayon de cette deuxième roue.*

Ex. : Une roue A qui fait 25 révolutions par minute a un rayon de 20 centimètres, quel sera le rayon d'une roue A qui a fait 60 révolutions dans le même temps?

$$r = \frac{25 \times 20}{60} = 8^c33, \text{ rayon de la roue B.}$$

4° Lorsque l'on possède les rayons de deux roues ou poulies, et le nombre de révolutions de la première par minute, on détermine le nombre de tours de la seconde par la règle suivante :

Multipliez le rayon de la première roue par le nombre de révolutions qu'elle parcourt dans une minute, et divisez ce produit par le rayon de la deuxième roue ; le quotient donnera le nombre de révolutions de la deuxième roue pendant le même temps.

Ex. : Une roue A, qui a pour rayon 20 centimètres, fait dans une minute 25 révolutions, quel sera pendant le même temps le nombre de tours d'une roue B qui porte 8^c33 de rayon ?

$$n = \frac{20 \times 25}{8^c33} = 60, \text{ nombre de tours de la roue B.}$$

Il faut observer que les règles précédentes sont les

mêmes si, au lieu des rayons, on connaît les diamètres ou circonférences des roues, poulies ou tambours. Il suffit de remplacer la valeur du rayon par celle du diamètre ou de la circonférence correspondante.

Ainsi, dans le dernier exemple, supposons qu'au lieu du rayon = 20 centimètres, on ait le diamètre = 40 centimètres pour la première roue, et 16ᶜ66 de diamètre pour la deuxième roue au lieu du rayon 8ᶜ33; on aurait de même : $\frac{40^c \times 25}{16^c66} = 60$, nombre de tours de la roue B.

Enfin, on pourrait encore connaître, au lieu du rayon ou du diamètre, la circonférence de la roue A et celle de la roue B, le résultat serait le même.

Ex. : Soit 125ᶜ60 la circonférence de la première roue, et 52ᶜ31 le développement ou la circonférence de la deuxième roue; on aurait :

$\frac{125^c60 \times 25}{52^c31} = 60$, nombre de tours de la roue B.

Ainsi, le résultat ne change pas soit que l'on possède le rayon, le diamètre ou la circonférence des roues, poulies ou tambours; et les règles données précédemment sont applicables dès que l'on connaît l'une de ces trois dimensions.

Les problèmes précédents n'ont rapport qu'aux dimensions et vitesses de deux roues ou poulies; mais lorsque plusieurs systèmes de roues ou poulies établissent la transmission d'un axe A à un second B, alors les règles se généralisent ainsi : Connaissant le nombre de tours de l'arbre A par minute et le diamètre de la roue ou poulie montée sur cet axe, ainsi que les dia-

mètres de toutes les roues ou poulies intermédiaires, on détermine le diamètre ou le nombre de tours de la poulie établie sur l'arbre B, pour lui donner une vitesse connue ou déterminée, par la règle suivante :

Multipliez ensemble tous les rayons, diamètres ou dents des roues ou poulies menantes ; faites également la multiplication l'un par l'autre de tous les rayons, diamètres ou dents des roues ou poulies menées :

Alors : 1° le quotient de ces deux grands produits, étant multiplié lui-même par le nombre de tours dans une minute de la première roue ou du premier axe A, et divisé par le nombre de tours dans une minute de la dernière poulie ou axe B, donnera le rayon ou le diamètre de la poulie ou roue montée sur l'axe B ;

Puis : 2° le même quotient des deux grands produits, étant multiplié par le nombre de tours dans une minute de la première roue, et divisé par le rayon ou diamètre de la dernière poulie ou roue, donnera le nombre de tours dans une minute de cette dernière poulie ou de son axe B.

1er *Ex. :* Déterminer le diamètre d'une roue *a*, montée sur l'arbre B pour communiquer à cet arbre une vitesse de 36 tours par minute, dans les conditions suivantes :

L'axe A fait 24 tours par minute ; l'arbre B doit en faire 36 dans le même temps ; les roues menantes 1, 3, 5, ont pour diamètres 40, 60 et 30 centimètres, les roues menées 2, 4, ont pour diamètre chacune 20 centimètres.

Le produit des diamètres des roues menantes égale $40 \times 60 \times 30 = 72000$ cent.

Le produit des diamètres des roues menées égale 0 × 20 = 400.

Le quotient de ces deux produits $= \frac{72000}{400} = 180.$

Et $\frac{180 \times 24^{\text{tours}}}{36^{\text{tours}}} = 120$ centim., diamètre de la roue *a*.

2e *Ex.* : Si, dans le cas précédent, on voulait déterminer le nombre de tours de l'axe B, connaissant le diamètre = 120 centimètres de la roue *a* montée sur cet axe, on aurait de même :

$$\textit{Quotient} = \frac{72000}{400} = 180,$$

puis, $\frac{180 \times 24^{\text{tours}}}{120^{\text{c}}} = 36$, nombre de tours de l'axe B.

La double règle précédente est également applicable, si, au lieu des diamètres ou rayons des roues menantes et menées, on possède le nombre des dents de ces roues ; il suffit de substituer le nombre de dents aux diamètres, pour obtenir, soit le nombre de dents du dernier engrenage, soit sa vitesse.

Si c'était la vitesse ou le nombre de dents ou le diamètre de la première roue d'engrenage ou poulie qu'on voulût trouver, connaissant la vitesse, le diamètre ou le nombre de dents de toutes les autres, il suffirait dans l'opération de considérer la première roue ou poulie comme si elle était la dernière, et réciproquement, ce qui ne changerait rien à la règle donnée.

Connaissant la distance de centre en centre de deux arbres parallèles, et le nombre de tours que chacun d'eux doit faire dans le même temps, on détermine géométriquement les rayons des roues d'engrenages

qui leur donnent ces vitesses par la règle suivante :

Divisez la distance donnée en autant de parties égales qu'il y a d'unités dans la somme des deux vitesses; puis prenez pour le rayon de la plus petite roue un nombre de parties égal à celui qui marque en unités la plus petite vitesse, et pour rayon de la grande roue le reste des parties.

Ex. : De deux arbres parallèles A, B (fig. 97), le premier doit faire 6 révolutions pendant que le second en fera 4, la distance de centre en centre des arbres A, B = 16 centimètres; quels seront les rayons des roues qui leur donneront cette vitesse ?

D'après la règle, il faut diviser la distance A B en 6 + 4 ou en 10 parties, alors la longueur A 4 est le rayon de la roue montée sur l'axe A, et la longueur B 6 est le rayon de la plus grande roue montée sur l'axe B.

Ce problème serait résolu arithmétiquement par la règle suivante :

1° *Multipliez la distance entre les axes* A *et* B *par la vitesse du second; puis divisez ce produit par la vitesse du premier augmentée de la vitesse du second; le quotient donnera le rayon de la roue* A.

2° *Multipliez la distance des axes* A *et* B *par la vitesse du premier, puis divisez le produit par la vitesse du premier augmentée de la vitesse du second; le quotient donnera le rayon de la roue* B.

Ainsi, dans l'exemple précédent :

$$\frac{16^c \times 4}{6+4} = 6^c\,4,$$ rayon de la roue montée sur l'arbre A.

$$\frac{16^c \times 6}{6+4} = 9^c\,6,$$ rayon de la roue B.

Vérification : $6^c4 + 9^c6 = 16$ cent., distance des axes.

2° *Ex.* : Un arbre, faisant 22 révolutions par minute, doit donner le mouvement, par une paire de roues d'engrenage, à un autre arbre à raison de 15,5 révolutions dans le même temps, la distance des arbres de centre en centre égale 45^c5; on demande les rayons des roues qui doivent donner cette vitesse?

$$\frac{45,5 \times 15,5}{22 + 15,5} = 18^c81, \text{ rayon de la roue menante.}$$

$$\frac{45,5 \times 22}{22 + 15,5} = 26^c69, \text{ rayon de la roue menée.}$$

Vérification : $18^c81 + 26^c69 = 45^c5$, distance des axes.

Problème : Un arbre qui a une vitesse de 16 révolutions par minute doit donner le mouvement à un autre arbre à raison de 81 révolutions dans le même temps; la transmission intermédiaire consiste en deux roues d'engrenage et deux poulies, au moyen d'un axe intermédiaire; la roue menante montée sur le premier arbre contient 54 dents, la première poulie menante a 25 centimètres de diamètre : on veut déterminer le nombre de dents de la seconde roue et le diamètre de la poulie menée.

$$\sqrt{81 \times 16} = 36, \text{ vitesse moyenne entre 81 et 16.}$$

$$\frac{16 \times 54}{36} = 24, \text{ nombre de dents de la roue menée.}$$

$$\frac{36 \times 25}{81} = 11^c11, \text{ diamètre de la poulie menée.}$$

Si dans ce problème on connaissait le nombre de révolutions de la première roue, le nombre de dents de toutes les deux et le diamètre de chaque poulie, on trouverait le nombre de révolutions de la deuxième roue

d'engrenage et de la dernière poulie de la manière suivante :

$$\frac{16 \times 54}{24} = 36,$$ vitesse de la deuxième roue,

et $$\frac{36 \times 25}{11^{c}11} = 81,$$ vitesse de la deuxième poulie.

MÉTIERS DE FILATURE.

CALCULS RELATIFS AUX ÉTIRAGES. — Supposons un métier où : 1° la roue d'angle placée sur l'axe de la manivelle porte............................ 48 dents;

2° La roue d'angle fixée en haut de l'arbre incliné a.......................... 54 dents;

3° La roue d'angle fixée en bas de cet arbre. 35 dents;

4° Et la roue d'angle fixée sur la troisième rangée de cylindres cannelés......... 52 dents;

Alors, pour 1 tour de manivelle, la vitesse de la troisième rangée des cylindres sera : $\frac{48}{54} \times \frac{35}{52} = 0,60.$

Ainsi, 1 : 0,60 exprime la relation de vitesse de la grande roue à manivelle à la troisième rangée de cylindres cannelés.

A l'extrémité de la troisième rangée de cylindres, dont le diamètre est de 30 mill., est placé un pignon de 21 dents. Ce pignon engrène avec une roue de 110 dents montée sur une tête de cheval, et contre cette roue, sur le même axe, est placé le pignon de commande ou régulateur de 31 dents. Enfin, ce pignon régulateur engrène avec une roue de 65 dents montée sur la première rangée de cylindres dont le diamètre égale 24 millimètres.

L'étirage de la mèche de la troisième à la première rangée de cylindres sera exprimé par $\frac{110}{21} \times \frac{65}{31} \times \frac{30}{24} = 13,73$.

Ainsi, l'étirage de la mèche est de 13,73 fois. D'après cela, si la mèche arrivant au métier est du n° 3, à la sortie du métier elle portera le n° 41,19. Si enfin la préparation est du n° 4, le numéro du fil à la sortie du métier sera $13,73 \times 4 = 53,92$.

S'il y a un léger allongement ou étirage entre le premier et le deuxième cylindre, en vertu de la différence du nombre de dents de leurs pignons respectifs, cet étirage ne change rien à l'étirage total; seulement l'allongement se fait en deux fois, d'abord peu entre le premier et le deuxième cylindre, et ensuite beaucoup entre le deuxième et le troisième.

Cette manière de calculer l'étirage d'un métier n'est qu'une application des règles précédentes, et s'étend en général à tous les étirages par engrenages.

Quant au tors du fil, il se calcule d'après les diamètres de la grande roue, des deux poulies d'entre-jambes, des gorges des tambours et enfin des noix des broches.

Outre l'allongement du fil produit par la différence de vitesse des première et troisième rangées, il y a encore à considérer, dans un métier à filer, l'étirage du fil produit par la marche du chariot.

Pour changer le numéro du fil à un métier, tout en conservant la même préparation, il suffit de changer le pignon régulateur dit de rechange.

La règle à suivre consiste : à multiplier le nombre de dents ou le diamètre du pignon de rechange par le numéro

que l'on file, et à diviser ce produit par le numéro que l'on veut filer.

Ex. : Avec un pignon de rechange de 38 dents on file sur le métier du n° 30 ; quel sera le nombre de dents du pignon de rechange pour filer du n° 44?

$$\frac{38 \times 30}{44} = 26,$$ nombre de dents du pignon régulateur.

2e *Ex.* : Le métier filant du n° 48 porte un pignon régulateur de 24 dents, quel nombre de dents faudra-t-il donner au pignon de rechange pour filer du n° 36?

$$\frac{24 \times 48}{36} = 32 \text{ dents.}$$

Ainsi, pour régler un métier à filer d'un numéro à un numéro quelconque plus élevé, le pignon régulateur devient plus petit ou contient moins de dents ; le contraire a lieu pour régler le métier d'un numéro à un numéro quelconque plus bas. Ces calculs sont applicables aux machines à fileter, etc.

Torsion. — Dans un étirage de banc à tubes, par exemple, le tors se calcule ainsi : Supposons que le dernier cylindre cannelé ait une vitesse de 500 tours par minute et un diamètre de 28$^{\text{mill.}}$5, son développement par minute = 44745 mill. Si, maintenant, le tube a un diamètre de 21$^{\text{mill.}}$3, et qu'il soit commandé par une grande poulie de 500 mill. de diamètre marchant à la vitesse de 500 tours, chaque tube fait 11735 révolutions par minute ; donc, le tors entre les tubes et le cylindre sera :

$$\frac{11735 \text{ révolut.}}{44745 \text{ millim.}} = 0^{\text{tour}}\,262 \text{ par millimètre.}$$

Le fil aura ainsi une torsion par millimètre de 0^{tour} 262.

TABLE

SERVANT A DÉTERMINER LE NOMBRE DE DENTS OU LES DIAMÈTRES DES ROUES D'ENGRENAGES, QUAND ON CONNAÎT LE PAS DE LA DENTURE, ET RÉCIPROQUEMENT.

NOMBRE de dents.	DIAMÈTRE.	NOMBRE de dents.	DIAMÈTRE.	NOMBRE de dents.	DIAMÈTRE.	NOMBRE de dents.	DIAMÈTRE.
10	3,183	46	14,642	82	26,100	118	37,559
11	3,501	47	14,960	83	26,419	119	37,878
12	3,820	48	15,278	84	26,737	120	38,196
13	4,138	49	15,597	85	27,055	121	38,514
14	4,456	50	15,915	86	27,374	122	38,833
15	4,774	51	16,233	87	27,692	123	39,151
16	5,093	52	16,552	88	28,010	124	39,469
17	5,411	53	16,870	89	28,329	125	39,788
18	5,729	54	17,188	90	28,647	126	40,106
19	6,048	55	17,506	91	28,965	127	40,424
20	6,366	56	17,825	92	29,284	128	40,742
21	6,684	57	18,143	93	29,602	129	41,061
22	7,002	58	18,461	94	29,920	130	41,379
23	7,321	59	18,780	95	30,238	131	41,697
24	7,639	60	19.098	96	30,557	132	42,016
25	7,957	61	19,416	97	30,875	133	42,334
26	8,276	62	19,734	98	31,193	134	42,652
27	8,594	63	20,053	99	31,512	135	42,770
28	8,912	64	20,371	100	31,830	136	43,289
29	9,231	65	20,689	101	32,148	137	43,607
30	9,549	66	21,008	102	32,467	138	43,925
31	9,867	67	21,326	103	32,785	139	44,244
32	10,186	68	21,644	104	33,103	140	44,562
33	10,504	69	21,963	105	33.421	141	44,880
34	10,822	70	22,281	106	33,740	142	45,199
35	11,140	71	22,599	107	34,058	143	45,517
36	11,459	72	22,917	108	34,376	144	45,835
37	11,777	73	23,236	109	34,695	145	46,153
38	12,095	74	23,554	110	35,013	146	46,472
39	12,414	75	23,872	111	35,331	147	46,790
40	12,732	76	24,191	112	35,650	148	47,108
41	13,050	77	24,509	113	35,968	149	47,427
42	13,369	78	24,827	114	36,286	150	47,745
43	13,687	79	25,146	115	36,604	151	48,063
44	14,005	80	25,464	116	36,923	152	48,382
45	14,323	81	25,782	117	37,241	153	48,700

Pour les nombres de dents qui ne sont pas dans cette table, il faut se baser sur leurs multiples ou sur leurs diviseurs.

Règles sur la table précédente. — 1° Pour déterminer le diamètre d'une roue d'engrenage, connaissant le pas des dents et leur nombre :

Multipliez le diamètre correspondant dans la table au nombre des dents donné par le pas indiqué en mètres; le produit exprimera le diamètre en mètres.

1er *Ex. :* Quel est le diamètre d'une roue de 63 dents dont le pas est de 0m 0335?

On a dans la table, vis-à-vis 63 dents, un diamètre de 20,053, alors 20,053 × 0,0335 = 0m 672, diamètre de la roue.

2e *Ex. :* Quels sont les diamètres de deux roues de 41 et de 153 dents qui doivent marcher ensemble, leur pas étant de 0m 025?

On a d'une part 13,05 × 0,025 = 0m 326, diamètre de la roue de 41 dents, et d'autre part 48,70 × 0,025 = 1m 27, diamètre de la roue de 153 dents.

2° Pour déterminer le pas des dents d'une roue, connaissant le diamètre et le nombre des dents :

Divisez le diamètre donné par le nombre qui, dans la table, correspond au nombre donné de dents; le quotient exprimera le pas cherché.

1er *Ex. :* Quel est le pas dune roue de 63 dents et de 0m 672 de diamètre?

0,672 : 20,053 = 0m 0335, pas demandé.

2e *Ex. :* On voudrait construire une roue de 126 dents pour marcher avec la précédente?

0,0335 × 40,106 = 1m 34, diamètre de la roue de 126 dents sur le même pas.

3° Pour trouver le nombre de dents d'une roue dont on connaît le pas et le diamètre :

Divisez ce diamètre par le pas donné ; le quotient correspondant dans la table sera le nombre de dents cherché. — Si ce nombre n'existait pas dans la table, on prendait celui qui en approche le plus.

1er *Ex. :* Le diamètre d'une roue est de $0^{m}672$, le pas des dents est de 0,0335; quel est le nombre de dents que la roue doit contenir?

0, 672 : 0,0335 = 20,053 = 63 dents.

2e *Ex. :* Quel doit être le nombre de dents d'une roue de $0^{m}875$ qui doit marcher avec une crémaillère dont le pas est de $0^{m}025$?

$0^{m}875$: 0,025 = 35. Le nombre correspondant le plus proche est 110, nombre de dents cherché.

VITESSES AU CENTRE ET A LA CIRCONFÉRENCE DES ROUES. — On appelle vitesse d'un mobile l'espace qu'il parcourt dans une seconde.

Connaissant la vitesse angulaire ou au centre de l'axe d'un volant, d'une roue ou poulie, on détermine la vitesse à leur circonférence par la règle : *Multipliez la circonférence de la roue ou du volant par le nombre de tours de l'axe par minute; le produit exprimera l'espace parcouru dans le même temps, et ce produit divisé par* 60 *donnera la vitesse par seconde à la circonférence de la roue.*

Ex. : Soit une roue de $1^{m}33$ de diamètre monté sur un arbre qui fait 20 révolutions par minute, quelle sera la vitesse à la circonférence ?

Circonférence de la roue $1^{m}33 \times 3{,}1416 = 4^{m}176$. $4^{m}176 \times 20^{t} = 83^{m}60$, espace parcouru par minute, et $\frac{83^{m}60}{60} = 1^{m}39$, vitesse par seconde à la circonférence de la roue.

Lorsque l'on connaît la vitesse à la circonférence d'un volant ou d'une roue, on détermine la vitesse angulaire ou au centre par la règle suivante :

Divisez la vitesse à la circonférence par le développement de la roue; le quotient donnera la vitesse angulaire.

Dans l'exemple précédent, la vitesse à la circonférence, ou $1^m 39$, divisée par la circonférence $4^m 17 = 0^t 33$, vitesse au centre, et en multipliant $0^t 33$ par 60, le produit 20 exprimerait le nombre de tours par minute.

En pratique, on peut facilement se rendre compte sur place de la vitesse d'une roue qui a un mouvement uniforme. On marque à cet effet avec de la craie un point sur la circonférence de la roue; on note combien de fois ce point mobile vient coïncider, dans un temps donné, avec un point fixe d'observation; puis on multiplie ce nombre de tours par la circonférence décrite par le point mobile; ce produit, divisé par le temps d'observation exprimé en secondes, donnera la vitesse à la circonférence de la roue. Tout autre point aurait une vitesse différente proportionnée à sa distance du centre de mouvement.

Ex. : Une roue de 2 mètres de rayon a parcouru, d'après l'observation, 75 révolutions dans une minute; quelle est sa vitesse à la circonférence?

$V = \frac{75 \times 6{,}28 \times 2^m}{60} = 15^m 70$, vitesse à la circonférence de la roue ou volant.

Réciproquement : connaissant la vitesse à la circonférence d'une roue, on déterminerait le nombre de

tours qu'elle parcourt dans une minute par la formule :

$$N = \frac{V \times 60}{6,28 \times R}, \text{ ou } N = \frac{15^m70 \times 60}{6,28 \times 2^m} = 75 \text{ tours.}$$

Quand plusieurs roues ou poulies sont placées sur un même axe, on détermine (connaissant la vitesse au centre de l'axe) la vitesse à la circonférence de chacune d'elles, en *multipliant successivement la circonférence de chacune des roues par le nombre de tours de l'axe par minute, et en divisant chacun de ces produits par* 60.

Ex. : Trois roues ou poulies A, B, C, sont placées sur le même axe, le rayon de la roue ou poulie A = 1^m10, le rayon de la poulie B = 1^m60, le rayon de la poulie C = 2^m15, et l'axe fait 12 tours par minute.

Vitesse à la circonférence de la roue A :

$$\text{ou } V = \frac{6,28 \times 1^m10 \times 12}{60} = 1^m38.$$

Vitesse à la circonférence de la roue B :

$$\text{ou } V = \frac{6,28 \times 1^m60 \times 12}{60} = 2^m00.$$

Vitesse à la circonférence de la roue C :

$$\text{ou } V = \frac{6,28 \times 2^m15 \times 12}{60} = 2^m70.$$

Dimensions des engrenages. — Les cercles dont les rayons ont été déterminés par les règles précédentes sont appelés *cercles primitifs.*

Le cercle primitif dans un engrenage se trouve aux 5/9 de la hauteur de la dent ; ces cercles s'appellent aussi *cercles de contact ;* car, lorsque deux dents sont en

prise sur la ligne des centres, leur contact a lieu sur les circonférences primitives.

C'est sur ces cercles primitifs que l'on effectue les divisions des dents, et que l'on mesure l'épaisseur de la denture.

Une dent se compose de deux faces latérales symétriques pour pouvoir conduire ou être menée dans les deux sens. Chaque face comprend la partie plane dite le *flanc* qui se dirige au centre, et la partie courbe qui est en dehors du cercle primitif. L'intersection de la partie courbe avec le flanc se trouve sur le cercle primitif.

Le pas de l'engrenage est la distance qui mesure le milieu d'une dent au milieu de la dent suivante, ou bien encore c'est l'épaisseur de la dent prise sur le cercle primitif, plus le creux.

Connaissant le pas de l'engrenage, qui, pour deux roues en contact, doit être rigoureusement le même sur les circonférences primitives, on obtient le nombre de dents de l'une des roues par la formule suivante :

$N = \frac{2 \pi R}{p}$, dans laquelle N représente le nombre de dents, R le rayon de la roue, et p le pas de l'engrenage.

Ex. : Quel est le nombre de dents d'une roue dont le rayon = 34 centimètres, et dont le pas = 4 centimètres?

$$\frac{6{,}28 \times 0^{m}34}{0^{m}04} = 53 \text{ dents et autant de creux.}$$

— La dimension principale à déterminer dans un engrenage c'est le pas qui, dans une denture bien exécutée, doit être éga à 2,1 fois, l'épaisseur de la dent.

Mais pour pouvoir déterminer l'épaisseur à donner à la denture d'une roue, il faut connaître l'effort que chaque dent doit successivement supporter.

— L'effort qu'une roue doit supporter à sa circonférence primitive s'obtient en *divisant la quantité de travail* exprimée en kilogrammètres qu'elle y possède ou qu'elle doit transmettre, *par la vitesse à la circonférence de son cercle primitif.*

1er *Ex.* : Une roue d'engrenage doit transmettre à sa circonférence primitive, qui a 2 mètres de rayon, une quantité de travail de 500 kilogrammètres, en faisant 10 tours par minute; quel est l'effort que la dent supportera?

La vitesse à la circonférence primitive de la roue par seconde $= \frac{6{,}28 \times 2^{m} \times 10^{t}}{60} = 2^{m \cdot}09$,

et $\frac{500^{kgm.}}{2{,}09} = 239^{k}$, effort que doit supporter chaque dent.

Quand on connaît l'effort que doit supporter la dent en fonte d'une roue, on obtient l'épaisseur de la dent par la formule $E = 0{,}105 \sqrt{P}$, dans laquelle 0,105 est un multiplicateur constant pour la fonte, et P est l'effort de la dent.

Ainsi, dans l'exemple précédent où P = 239 kil., l'épaisseur de la dent serait $E = 0{,}105 \sqrt{239} = 1^{c}\,62$; alors le pas de l'engrenage serait $2{,}1 \times 1{,}62 = 3^{c}\,40$.

Le multiplicateur 0,105 correspond à une largeur de dent L = 4,5 E; il s'élève à 0,126 lorsque L = 3 E, et descend à 0,077 si L = 8 E.

Dans les roues d'engrenage à grande vitesse, la den-

ture peut être très-fine et réduite à un pas de 25 à 26 mill. La largeur L, toujours dans le sens de la jante, égale cinq à six fois l'épaisseur E de la dent. Le nombre de dents en contact supplée alors avantageusement à des dents plus fortes, mais moins en prise. Dans un engrenage fait sur bois, en supposant un pas de 26 mill., il faut compter 15 mill. pour la dent en bois et 11 mill. pour la dent en fonte.

Pour une denture en bois, il faut augmenter l'épaisseur trouvée pour la fonte d'un tiers, ou se servir de la formule $E = 0,145\sqrt{P}$.

Cette épaisseur serait alors $1,62 + \frac{1,62}{3} = 2^c\ 16$, et le pas deviendrait $2,1 \times 2^c\ 16 = 4^c\ 53$.

2e *Ex.* : Une roue hydraulique de 2^m10 de rayon possède, à la vitesse de 1^m60 par seconde à sa circonférence, une force 15 chevaux ou de $15 \times 75^{kgm.} = 1125$ kilogrammètres; sur l'arbre de cette roue hydraulique est placée une roue d'engrenage en fonte de 1^m65 de rayon; on demande 1° l'effort supporté par chaque dent en fonte de la roue d'engrenage, et 2° l'épaisseur de chaque dent?

$$\text{L'effort } P = \frac{1125^{kgm.} \times 2^m10}{1,6 \times 1,65} = 894^k7.$$

$$\text{L'épaisseur de la dent} = 0,105\sqrt{894,7} = 3^c13,$$

$$\text{et le pas} = 2,1 \times 3,13 = 6^c57.$$

Ce dernier exemple fait voir que, connaissant la quantité de travail transmise à la circonférence d'une roue, on détermine l'effort supporté à une distance donnée de

l'axe, soit par la même roue, soit par une plus petite ou une plus grande montée sur le même axe, en divisant la quantité de travail trouvée par la vitesse de la circonférence correspondante à la distance donnée.

3e *Ex.* : Une roue d'engrenage reçoit à sa circonférence, qui est animée d'une vitesse de 1^m30, un travail de 3 chevaux-vapeur; quelle sera l'épaisseur des dents en fonte?

$$\frac{3 \times 75^{\text{kgm.}}}{1^m 30} = 173^k, \text{ et } E = 0{,}105\sqrt{173} = 13^{\text{mill.}}7.$$

épaisseur des dents en fonte.

Pour une roue à dents de bois, l'épaisseur de la dent aurait $13^{\text{mill.}}6 + \frac{13^{\text{mill.}}6}{3} = 18^{\text{mill.}}1$.

Dans la table suivante, l'épaisseur des dents pour la fonte a été déterminée par la formule : $E = 0{,}105\sqrt{P}$, et l'épaisseur des dents en bois par $E = 0{,}145\sqrt{P}$.

Le pas de l'engrenage a été trouvé en multipliant l'épaisseur des dents par 2,1. On déterminerait la largeur des dents en multipliant l'épaisseur donnée dans la table par les nombres 4, 5, 6, selon que la vitesse est au-dessous ou au-dessus de 1^m50, ou que la denture est mouillée d'eau.

TABLE DES DIMENSIONS

A DONNER AU PAS ET A L'ÉPAISSEUR DES DENTS D'ENGRENAGE QUAND ON CONNAÎT LA PRESSION QU'ELLES DOIVENT SUPPORTER.

PRESSION en kilogrammes.	ROUES EN FONTE.		ROUES A DENTS DE BOIS.	
	ÉPAISSEUR des dents en millimètres.	PAS de l'engrenage en millimètres.	ÉPAISSEUR des dents en millimètres.	PAS de l'engrenage en millimètres.
kilog.	mill.	mill.	mill.	mill.
5	2,3	4,9	3,2	6,8
10	3,3	6,9	4,7	9,8
15	4,0	8,5	5,6	11,8
20	4,6	9,7	6,4	13,4
30	5,7	12,0	7,9	16,6
40	6,6	13,9	9,1	19,2
50	7,4	15,6	10,2	21,5
60	8,1	17,0	11,2	23,5
70	8,7	18,4	12,1	25,4
80	9,4	19,7	12,9	27,3
90	9,9	20,8	13,7	28,8
100	10,5	22,0	14,5	30,4
125	11,6	24,4	16,1	33,8
150	12,8	26,9	17,7	37,1
175	13,8	29,1	19,1	40,2
200	14,8	31,1	20,2	42,5
225	15,7	33,0	21,7	47,6
250	16,6	34,8	22,9	48,1
275	17,3	36,3	23,9	50,2
300	18,2	38,1	25,1	52,6
350	19,6	41,2	27,1	56,9
400	21,0	43,2	29,0	60,9
500	23,4	49,1	32,3	67,9
600	25,7	54,0	35,5	74,6
700	27,7	58,2	37,2	78,3
800	29,7	62,4	41,0	86,2
900	31,5	66,1	43,5	91,3
1000	33,2	69,6	45,8	96,2

— Les principales dimensions d'une roue d'engrenage dérivent de l'épaisseur de la dent. Ainsi, la hauteur de la dent, mesurée dans le prolongement du rayon, égale généralement son épaisseur augmentée d'un tiers. Quand deux roues engrènent ensemble, cette hauteur

ou saillie se détermine théoriquement en faisant arriver deux dents sur la ligne des centres, et en enlevant ce qui excède le contact des deux dents suivantes

L'épaisseur de la jante ou de l'anneau en fonte dans le sens du rayon de la roue égale l'épaisseur des dents.

En appliquant les données précédentes à une roue d'engrenage en fonte dont l'épaisseur des dents aurait été trouvée égale à 20 millim., on arrive aux dimensions suivantes : la largeur de la dent, pour une vitesse à la circonférence égale à 1m 40, serait de $20 \times 4 = 80$ mill.; la hauteur de la dent porterait $20 + \frac{20}{3} = 26^{\text{mill.}}\ 6$; l'épaisseur de la jante serait aussi de 20 mill.; le pas de l'engrenage aurait $20 \times 2{,}1 = 42$ millimètres.

— Dans les bras des roues d'engrenage en fonte, où l'on néglige les nervures minces comme n'ayant d'autre effet que d'empêcher la flexion des bras, on détermine la largeur des bras près du moyeu par la formule : $a\,b^2 = \frac{PL}{125}$, dans laquelle a représente l'épaisseur constante du bras; b sa largeur qui se réduit aux 4/5 depuis le moyeu jusqu'à la jante de la roue, et l'on fait généralement $b = 5{,}5\,a$; P est la pression exercée, et L la longueur du bras en centimètres.

Ex. : Quelle sera la largeur près du moyeu d'un bras de roue en fonte, en supposant un effort $P = 1200^k$ et $L = 150$ cent.?

On a : $a\,b^2 = \frac{1200 \times 150}{125} = 1440^{\text{c.c.}}$; puis, b étant égale à $5{,}5\ a$, on aura : $a^3 = \frac{1440}{(5{,}5)^2} = 47{,}63$, et

$a = \sqrt[3]{47,63} = 3^c6$. On aura pour valeur de $b = 3^c6 \times 5,5 = 19^c8$, largeur du bras au moyeu, et $\frac{4}{5} \times 19^c8 = 15^c8$, largeur du même bras près de la jante.

— Pour éviter le bruit dans les filatures et autres fabriques, on emploie avec avantage des engrenages à dents de bois en contact avec des engrenages à dents de fonte; le frottement est plus doux et l'expérience a prouvé que l'usure se répartissait également sur la fonte et sur le bois. La perte de matière absorbée par le frottement est moindre d'un millimètre par année de travail journalier.

Engrenage de la vis sans fin. — Pour produire un mouvement très-lent, on se sert de l'engrenage d'une roue avec une vis sans fin; en effet, la roue ne tourne que d'une dent pour un tour de la vis.

Or, on calcule le rayon de la roue de manière à lui faire décrire une révolution pour un nombre donné de tours de la vis par la formule : $r = \frac{n \times p}{6,28}$, qui s'exprime ainsi : Multipliez le nombre de tours n de la vis, pour une révolution de la roue, par le pas p, divisez le produit par 6,28; le quotient exprimera le rayon r de la roue.

Largeur des courroies. — On admet qu'une courroie peut transmettre la puissance d'un cheval-vapeur lorsqu'elle a une largeur et une vitesse telles qu'elle développe dans une seconde une surface de 1500 cent. carrés; d'après cette donnée, on détermine la largeur des courroies par la formule : $L = \frac{1500 \times F}{v}$,

dans laquelle F exprime la force en chevaux, v la vitesse en centimètres de la courroie par seconde, et L sa largeur en centimètres.

Ainsi, pour une résistance $F = 2$ chevaux-vapeur, et une vitesse $v = 3$ mètres, on aurait $L = \frac{1500 \times 2}{300} =$ 10 centimètres.

Cette formule satisfait aux conditions suivantes : 1° la courroie se développe sans glisser sur les poulies qu'elle embrasse ; 2° elle ne s'allonge pas notablement ; 3° elle résiste très-bien à l'effort de traction à transmettre.

Il convient que les diamètres des deux poulies de transmission embrassées par la courroie ne dépassent pas le rapport de 1 à 3.

CHAPITRE VII

RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

Calculer d'une manière précise la résistance que les pièces présentent sans risquer de rompre ou d'être altérées, suivant les efforts auxquels elles peuvent être soumises, est un des sujets les plus difficiles à traiter en mécanique, à cause du peu d'homogénéité des corps de même espèce. Cependant, des expériences réitérées sur les diverses matières ont permis d'obtenir des coefficients numériques (1) et d'établir des formules ou règles au moyen desquelles on parvient, pour chaque cas, à des résultats moyens que l'on peut suivre sans craindre de trop s'écarter de la vérité.

Les efforts auxquels peuvent être soumis les corps sont de quatre espèces : 1° l'effort de traction ; 2° l'effort de compression ; 3° l'effort de flexion ; 4° l'effort de torsion.

Les règles ou formules que contient ce chapitre sont établies pour calculer les résistances maximum que les corps peuvent supporter, sans aucun risque de rupture ou d'altération.

Résistance a la traction. — On appelle cohé-

(1) Le *Formulaire de l'ingénieur* donne de nouveaux coefficients admis dans ces dernières années par Hodgkinson et Love pour les résistances du fer et de la fonte. (*Carnet du même auteur.*)

sion directe d'un solide la force qui retient les fibres pour les empêcher de rompre dans le sens de leur longueur.

L'effort de traction, au contraire, est la force qui, employée à tirer un corps dans le sens de sa longueur, tend à en opérer la rupture par la séparation des fibres.

Ainsi, la force cohésive d'un corps et l'effort de traction auquel il est soumis sont deux forces directement opposées.

La résistance que présente un corps à l'effort de traction est d'autant plus grande, que la section transversale de ce corps présente plus de surface, et on en conclut, comme axiome, que la résistance des corps soumis à l'effort de traction est directement proportionnelle à leur section transversale.

RÉSISTANCE A LA COMPRESSION OU A L'ÉCRASEMENT. — Une force est dite de compression, lorsqu'elle tend à refouler, dans le sens de leur longueur, les fibres de la pièce soumise à son action; par suite, la résistance d'un corps à l'effort de compression est proportionnelle à sa section transversale.

Ainsi, pour les pièces soumises à l'effort de compression comme pour celles soumises à l'effort de traction, la résistance est proportionnelle à la surface de rupture; mais il faut ajouter que, pour l'effort de traction, on néglige fréquemment la longueur de la pièce, pourvu toutefois que ce poids ne puisse augmenter d'une manière sensible l'effort appliqué, tandis que, pour l'effort de compression, la longueur de la pièce influe sur le coefficient.

TABLE DES CORPS

SOUMIS AUX EFFORTS DE TRACTION ET DE COMPRESSION

DÉSIGNATION DES CORPS.		COEFFICIENTS de traction.	COEFFICIENTS de compression pour des pièces dont la longueur est au-dessous de 12 fois l'épaisseur.
		kil.	kil.
PIERRES..	Grès très-dur	»	90
	Marbre très-dur	»	100
	Grès tendre	»	0,40
	Marbre blanc veiné	»	30
	Brique très-dure	2	15
	Brique ordinaire	»	4
	Plâtre	»	6
	Béton ou bon mortier de 18 mois	»	4
	Mortier ordinaire de 18 mois	»	2,50
	Pierre calcaire dure	»	50
	Granit dur	»	70
	Granit ordinaire	»	40
CORDES et courroies.	Corde sèche en chanvre de Lorraine	325	»
	Corde de 23 millimètres	300	»
	Corde goudronnée	95	»
	Courroie en cuir noir	25	»
BOIS	Chêne fort	80	30
	Chêne faible	60	19
	Sapin fort	80	37,50
	Sapin faible	80	9,7
	Frêne	120	»
MÉTAUX..	Fer forgé de mince échantillon, et fil de fer première qualité	1000	1000
	Fer forgé de dimension ordinaire	650	»
	Fer forgé de gros échantillon	400	»
	Chaîne de fer à maillons oblongs	400	»
	Chaîne de fer étançonnée	523	»
	Fil de fer ou câble en faisceaux	500	»
	Fer doux en rubans	750	»
	Acier, le meilleur	1500	»
	Acier, le plus mauvais	600	»
	Tôle de fer dans le sens du laminage	700	»
	Tôle de fer dans le sens perpendiculaire au laminage	600	»
	Bronze de canon	383	»
	Cuivre rouge en fil non recuit, au-dessous de 1 millimètre	1167	»
	Idem, de 1 à 2 millimètres	833	»
	Cuivre rouge laminé	350	»
	Cuivre fondu	230	
	Fonte blanche ou fonte grise, sans choc	220	2000
	Zinc laminé	83	»
	Plomb laminé	22	»
	Étain fondu	50	»

La table précédente donne les coefficients de traction ou les résistances que comporte chaque centimètre carré de section transversale des diverses matières, ainsi que les coefficients de compression établis seulement pour les pièces dont la longueur est au-dessous de douze fois leur plus petite dimension transversale.

Observations : Les coefficients de traction et de compression donnés dans la table précédente expriment le nombre de kilogrammes dont on peut charger avec sécurité chaque centimètre carré de la section transversale ; mais, en multipliant les coefficients de traction par 10, 5 ou 6, selon qu'il s'agit de pierres, bois ou métaux, on aura les forces capables de rompre les pièces ; de même, si l'on multiplie les coefficients de compression par 10, 5 ou 4, selon que les pièces sont en pierre, bois ou métaux, on aura la force capable de les écraser.

Enfin, les coefficients de compression varient suivant les longueurs des pièces, voir le tableau suivant.

TABLE DES COEFFICIENTS DE COMPRESSION

RÉDUITS OU MODIFIÉS SUIVANT LA LONGUEUR DES PIÈCES.

DÉSIGNATION DES CORPS.	COEFFICIENTS DE COMPRESSION. RAPPORT DE LA LONGUEUR DE LA PIÈCE à sa plus petite dimension transversale.			
	12 fois.	24 fois.	48 fois.	60 fois.
	kil.	kil.	kil.	kil.
Chêne fort	25,0	15,0	5,0	2,5
Chêne faible	8,4	5,6	»	»
Sapin fort	31,0	18,7	7,5	»
Sapin faible	8,2	4,9	»	»
Fer forgé, mince échantillon	835,0	500,0	167,0	84,0
Fonte grise	1670,0	1000,0	333,0	167,0

PIÈCES SOUMISES A L'EFFORT DE TRACTION. — La règle pour calculer l'effort de traction consiste *à multiplier la section transversale de la pièce par le coefficient de résistance correspondant à sa nature donné dans la table.*

1er *Ex. :* Soit proposé de déterminer l'effort de traction d'une barre de fer rectangulaire de 0^m04 de largeur sur 0^m03 d'épaisseur.

La section transversale $= 4^c \times 3^c = 12$ centimètres carrés.

Le coefficient de résistance pour le fer de cette dimension $= 650$. Et $12^{c.q.} \times 650 = 7800^k$, poids que peut supporter cette barre sans être altérée.

Et d'après les observations à la suite de cette table, $7800 \times 6 = 46800^k$, qui seraient le poids capable de la rompre.

La règle pour déterminer la section transversale que doit avoir une pièce, suivant la résistance de traction à laquelle elle est soumise, consiste à *diviser cette résistance* par le coefficient correspondant.

2e *Ex. :* Quelle sera la section transversale d'une barre en fer pour résister sans altération à un effort de 7800 kil. ?

$\frac{7800}{650} = 12$ centimètres carrés, section transversale de la pièce.

Si cette pièce est rectangulaire, et que l'on connaisse l'une des dimensions, la largeur, par exemple, égale 4 centimètres, on aura l'autre dimension en divisant la section $12^{c.q.}$ par cette largeur 4^c; ainsi, $\frac{12}{4} = 3^c$, épais-

seur de la pièce. Si la pièce était carrée, on aurait le côté en extrayant la racine carrée de la section transversale, et dans cet exemple $\sqrt{12^{c.q.}} = 3^c47$, côté de la pièce.

3e *Ex.* : Déterminer le poids que peut supporter, sans être altérée, une tringle en fer rond de 2^c5 de diamètre.

$$\text{Section cylindrique} = \frac{\pi d^2}{4} \text{ ou } 0{,}785 \times (2^c5)^2 = 4^{c.q.}90,$$

$$\text{et } 4^c90 \times 650 = 3185 \text{ kilogr.}$$

Connaissant la résistance égale à 3185 kilogr., que doit supporter la tringle, on déterminerait la section cylindrique à lui donner en divisant 3185 par 650, et cette section devient $4^{c.q.}90$.

$$\text{Le diamètre s'obtient ainsi : } D = \sqrt[2]{\frac{4{,}90}{0{,}785}} = 2^c5.$$

4e *Ex.* : Supposons qu'un piston de cylindre à vapeur ou de presse hydraulique exerce sur le plateau du cylindre un effort de 15000^k, quel doit être le diamètre de chacun des quatre boulons d'assemblage ?

Chaque boulon supportera une charge de $\frac{15000}{4}$ $= 3750$ kilogr.

$$\text{La section d'un boulon} = \frac{3750^k}{650} = 5^c77.$$

Alors $D = \sqrt[2]{\frac{5{,}77}{0{,}785}} = 2^c71$, diamètre de chaque boulon.

Dans un boulon, le diamètre du cylindre plein qui porte en saillie les filets de vis est en moyenne les 5/6 du diamètre extérieur.

Le diamètre de l'écrou égale deux fois le diamètre du boulon; la hauteur de l'écrou correspond au diamètre de la tige.

Pièces soumises a l'effort de compression. — La résistance qu'une pièce oppose sans risque d'altération à l'effort de compression se détermine : *en multipliant la section transversale de la pièce par le coefficient de compression correspondant à la nature de la pièce et modifié suivant sa longueur.*

1er *Ex. :* Déterminer la charge que peut supporter avec sécurité un pilastre en chêne fort, dont la section carrée porte 16 centimètres de côté, en supposant la longueur de ce pilastre moindre que 12 fois le côté de la section.

Section transversale = 16 × 16 = 256 cent. carrés; et 256 × le coefficient 30 = 7680 kilogr., résistance que l'on peut opposer au pilastre.

Si la longueur du pilastre égalait 24 fois le côté de la section transversale, le coefficient de résistance, d'après le tableau (page 205), ne serait plus que de 15 kil.

et 256 × 15 = 3840 kil.,

poids que supporterait le pilastre sans altération.

2e *Ex. :* Trouver la charge que peut supporter avec sécurité une colonne massive en fonte dont le diamètre moyen est de 15 centimètres, et dont la longueur = 48 fois ce diamètre.

Le coefficient de résistance réduit = 333k (page 205).

La section circulaire de la colonne = $0{,}785 \times 15^2 =$ 176c.q.6, et 176,6 × 333 = 58807k8, poids que supporte la colonne en fonte.

Connaissant les charges que doivent supporter les pièces, on détermine leur section transversale *en divisant cette résistance par le coefficient correspondant à la nature des pièces et réduit suivant leur longueur.*

Ainsi, quelle doit être la section transversale, et, par suite, le diamètre d'une colonne en fonte dont la longueur est égale à 48 fois le diamètre, pour résister avec sécurité à une charge de $58807^{k}8$?

$\frac{58807,8}{333} = 176^{c.q.}6$, section transversale de la colonne et

$\sqrt[2]{\frac{176,6}{0,785}} = 15^{c}$, diamètre de cette même colonne.

3ᵉ *Ex.* : Quelle est la charge que peut supporter avec sécurité une colonne massive en fonte de 8 centimètres de diamètre sur $3^{m}84$ de hauteur ?

On voit d'abord que le rapport de la hauteur au diamètre est $384 : 8 = 48$ fois.

Le nombre que l'on doit prendre (page 205) est alors 333; ainsi, la section $0,785 \times (8)^2 \times 333 = 16,730$ kil.

Pour les magasins et boutiques, les architectes établissent ordinairement deux colonnes jumelles en fonte, au lieu de pilastres en briques, pour occuper moins d'emplacement. Les deux colonnes supporteraient alors une charge de plus de 33,000 kil. et pèseraient :

$$2 \times 0,785 \times (0^{m}08)^2 \times 3^{m}84 \times 7200^{k} = 278 \text{ kil.}$$

Si, au lieu de deux colonnes jumelles massives ou pleines, on adapte une seule colonne creuse de 16^{c} de diamètre pour supporter la même charge de 33,000 kil., on arrive à diminuer notablement le poids de la fonte.

En effet, le diamètre de la colonne étant 16^{c} au lieu

de 8^c, le rapport entre la hauteur et le diamètre est de 24 au lieu de 48.

Par conséquent, le nombre à prendre (page 205) est de 1000 kil. au lieu de 333. Or, $33000 : 1000 = 33^{c.q.}$, section d'une colonne pleine, équivalente à celle dont il faut chercher l'épaisseur; puisque le diamètre de cette dernière est de 16^c, sa section est égale à :

$$0{,}785 \times (16)^2 = 201^{c.q.}$$

Si de cette section on déduit celle de 33^c qui vient d'être trouvée, on a $168^{c.q.}00$ pour la section intérieure de ladite colonne creuse.

Le diamètre correspondant à une section interne de $168^{c.c.}00$ s'obtient ainsi :

$$D = \sqrt{\frac{168^{c.q.}}{0{,}785}} = 14^c76.$$

Alors l'épaisseur de la colonne creuse est égale à $16 - 14{,}75 = 1^c25$.

Or, le poids d'une telle colonne ayant 3^m84 de hauteur,

$$= 0{,}785\ (16 - 14{,}75)^2 \times 3^m84 \times 0^k7200 = 82^k94.$$

Ce résultat fait voir qu'il y a une grande économie de matière à employer des colonnes creuses au lieu de colonnes pleines.

Dans les deux cas précédents, on n'a pas tenu compte des moulures de la colonne et de l'augmentation du diamètre vers sa base; le poids doit en conséquence être élevé d'environ 1/10.

Murs de construction. — La stabilité d'un mur de bâtiment exige que la vérticale dirigée par son centre

de gravité passe aussi par un des points de sa base, et que le terrain sur lequel cette base est établie soit bien tassé et non compressible. La stabilité des murs est encore consolidée par des fondations dont la profondeur doit être poussée jusqu'au terrain résistant. L'épaisseur des fondations surpasse d'un cinquième, d'un quart, et même souvent de moitié l'épaisseur des murs. Le poids du mur se répartissant entre tous les points de sa base, il est évident qu'il y aura d'autant moins de tassement qu'on donnera plus de surface à cette base. Outre cette épaisseur plus grande à la base des murs pour assurer leur stabilité, on leur donne encore un léger talus ou fruit de haut en bas de 1/60 à 1/100 environ de la hauteur.

L'effort que les murs ont à supporter provient des poutres et combles dont la résistance agit latéralement de dedans en dehors; or, il résulte de ces résistances que la stabilité d'un mur diminue d'autant plus que sa hauteur est plus grande; par suite l'épaisseur des murs dépend de leur hauteur, car plus cette hauteur sera grande, plus le poids du mur devra être augmenté.

Rondelet, entrant dans ces diverses considérations, détermine l'épaisseur des murs en maçonnerie de moellons, pierres de taille ou briques pour les bâtiments ordinaires, par les formules suivantes : nommant E l'épaisseur à trouver, L la largeur du bâtiment ou la distance d'axe en axe de deux murs parallèles, et H la hauteur des murs,

1° $E = \frac{L + \frac{1}{2}H}{24}$ convient pour l'épaisseur mini-

mum à donner aux murs de face des bâtiments simples.

Cette formule conduit à la règle suivante : *Ajoutez à la largeur la moitié de la hauteur du mur et divisez par 24, le quotient donnera l'épaisseur cherchée.*

Ex. : Quelle doit être l'épaisseur d'un mur de face pour un bâtiment simple, dont la hauteur est de 8 mètres et la largeur de 12 mètres?

$$E = \frac{12 + \frac{8}{2}}{24} = 0^m 66.$$

2° La formule pour déterminer l'épaisseur des murs de bâtiments doubles devient : $E = \frac{L + H}{48}$.

3° Enfin, la formule pour l'épaisseur des murs intermédiaires ou de refend devient : $E = \frac{L' + H'}{36}$; dans cette formule L′ et H′ ne représentent que la largeur et la hauteur des murs de refend, qui n'ont aucun rapport avec les largeurs et hauteurs des murs de face.

Ex. : Déterminer l'épaisseur des murs de face d'un bâtiment double à deux étages portant une largeur de 11 mètres et une hauteur totale de 10 mètres (fig. 98) dans les conditions suivantes :

Rez-de-chaussée......	=	$5^m 00$ de hauteur.	
1er étage.............	=	$2^m 50$	*id.*
2e étage..............	=	$2^m 50$	*id.*
Hauteur totale..		10 mèt.	

D'après la deuxième formule pour les bâtiments doubles :

Le mur de face du rez-de-chaussée aura une épaisseur..................... $E = \frac{11 + 10}{48} = 0^m44.$

Le mur de face du 1[er] étage $E' = \frac{11 + 5}{48} = 0^m38.$

Le mur de face du 2[e] étage $E'' = \frac{11 + 2,50}{48} = 0^m28.$

On peut observer que ces différentes épaisseurs, qu'il est du reste prudent de renforcer, résultent de ce que la hauteur de la charge du mur diminue à mesure que l'on s'élève : ainsi, pour le rez-de-chaussée il fallait admettre dans la formule la hauteur totale 10 mètres, tandis que pour le premier étage la hauteur n'est plus que $10 - 5 = 5$ mèt. ; enfin pour le deuxième étage la hauteur n'est plus que $10 - 7,50 = 2^m50$.

D'après Rondelet, l'épaisseur des murs isolés varie ordinairement de 1/11 à 1/16 de leur hauteur, et l'épaisseur des murs d'habitation ne doit pas être au-dessous de 1/24 de leur distance d'axe en axe, et de ses observations est tiré le tableau suivant :

DÉSIGNATION des bâtiments.	ÉPAISSEUR des murs de face.	ÉPAISSEUR des murs mitoyens.	ÉPAISSEUR des murs de refend.
	mètres.	mètres.	mètres.
Maisons particulières....	0,41 à 0,65	0,43 à 0,54	0,32 à 0,48
Grands bâtiments.......	0,65 à 0,95	0,54 à 0,65	0,41 à 0,54
Grands édifices.........	1,30 à 2,90	0,65 à 1,90	0,65 à 1,95

RÉSISTANCE A LA FLEXION. — La résistance d'une pièce à la flexion est l'effort qu'elle oppose à toute

charge agissant dans une direction perpendiculaire à sa longueur, comme dans le cas des châssis, supports, leviers, balanciers, etc.

Les corps peuvent être soumis à l'effort de flexion de plusieurs manières. Ainsi, tantôt la pièce est encastrée dans un mur à l'une de ses extrémités et chargée à l'autre extrémité d'un certain poids; puis la pièce supportée en son milieu et chargée à chaque extrémité; puis encore la pièce est solidement encastrée à ses deux extrémités, et chargée au milieu ou en un point quelconque de sa longueur.

1° *Considérons le cas où une pièce est encastrée a l'une de ses extrémités, et chargée à l'autre* (fig. 99).

Soit P la charge placée à une distance L en centimètres de la ligne d'encastrement,

R un coefficient numérique variable selon le cas,

a la dimension horizontale en centimètres de la section transversale de la pièce,

b la dimension verticale en centimètres de la même section transversale :

La formule $P = \frac{R \times ab^2}{6L}$ permet de déterminer la charge maximum que peut supporter sans être altérée une pièce de section rectangulaire, encastrée à l'une de ses extrémités et chargée à l'autre.

Or, le coefficient R = 600 pour le fer,
750 pour la fonte,
60 pour le chêne ou sapin.

En substituant ces valeurs de R dans la formule précédente, on obtient successivement pour une pièce à section rectangulaire :

$$P = \frac{600 \times ab^2}{6\,L} \text{ ou plus simplement } P = \frac{100 \times ab^2}{L} \text{ pour le fer.}$$

$$P = \frac{750 \times ab^2}{6\,L} \quad \text{id.} \quad P = \frac{125 \times ab^2}{L} \text{ la fonte.}$$

$$P = \frac{60 \times ab^2}{6\,L} \quad \text{id.} \quad P = \frac{10 \times ab^2}{L} \text{ le bois.}$$

Ces formules conduisent à la règle suivante :

Multipliez la dimension horizontale en centimètres de la section transversale d'une pièce rectangulaire par le carré de la dimension verticale en centimètres et par un coefficient numérique variable suivant la matière, puis, divisez ce produit par la longueur de la pièce exprimée en centimètres; le quotient donnera en kilogrammes la charge que peut supporter la pièce sans altération.

Cette règle fait voir que la résistance transversale des pièces soumises à l'effort de flexion est en raison inverse de leur longueur, et directement proportionnelle à leur largeur et au carré de leur épaisseur verticale. D'après cette observation, il sera toujours très-avantageux de placer de champ les pièces encastrées.

1er *Ex.* : Quel poids supportera sans être altérée une barre en fer présentant, depuis la ligne d'encastrement jusqu'au point d'application de la charge, une longueur de 150 centimètres, et une section transversale dont la dimension horizontale $a = 3$ centimètres, et la dimension verticale $b = 4$ centimètres?

$$P = \frac{100 \times 3 \times 4^2}{150} = 32 \text{ kilog.}$$

Ce résultat est donné, la pièce étant supposée de champ; mais quelle sera la charge soulevée ou sup-

portée dans les mêmes conditions, en supposant la pièce posée à plat, c'est-à-dire 4 centimètres exprimant alors la dimension horizontale a, et 3 centimètres la dimension verticale b?

$$P = \frac{100 \times 4 \times 3^2}{150} = 24.$$

Ce résultat est bien inférieur et prouve qu'il y a un grand avantage à placer la pièce de champ.

Lorsque la pièce soumise à l'effort de flexion a une section carrée au lieu d'être rectangulaire, alors $a = b$ et ab^2 devient b^3; c'est une simple substitution à faire dans la formule précédente.

Mais si la section de la pièce est cylindrique, la formule, en représentant par D le diamètre, devient :

$$\text{Pour le fer } P = \frac{60 \times D^3}{L},$$

$$\text{— la fonte } P = \frac{75 \times D^3}{L},$$

$$\text{— le bois } P = \frac{6 \times D^3}{L}.$$

Dans chacun des cas considérés pour une pièce encastrée à l'une de ses extrémités et chargée à l'autre, on arrive à déterminer les dimensions transversales de la pièce par les formules suivantes :

DÉSIGNATION des corps.	SECTIONS		
	rectangulaire.	carrée.	cylindrique.
Fer............	$ab^2 = \frac{P\,L}{100}$	$b^3 = \frac{P\,L}{100}$	$D^3 = \frac{P\,L}{60}$.
Fonte............	$ab^2 = \frac{P\,L}{125}$	$b^3 = \frac{P\,L}{125}$	$D^3 = \frac{P\,L}{75}$.
Bois............	$cb^2 = \frac{P\,L}{10}$	$b^3 = \frac{P\,L}{10}$	$D^3 = \frac{P\,L}{6}$.

La règle déduite de ces formules, pour déterminer la section transversale *carrée, rectangulaire* ou *cylindrique*, d'une pièce encastrée à l'une de ses extrémités et chargée à l'autre, s'énonce ainsi :

Multipliez la charge par sa distance en centimètres de la ligne d'encastrement, divisez ce produit par un coefficient numérique variable suivant le cas, la racine cubique du quotient exprimera en centimètres la dimension verticale ou le côté du carré, ou le diamètre du cercle, selon que la section transversale de la pièce sera un rectangle, un carré ou un cercle.

1re *Application :* Quelle sera la section transversale d'une barre en fer rectangulaire recevant, à une distance de 1m50 de la ligne d'encastrement, une charge de 32 kilog., cette barre étant supposée placée de champ?

$a\,b^2 = \frac{32 \times 150}{100} = 48^{c.c.}$, et si l'on comprend $a = 3$ cent.,

alors $\frac{48}{3} = 16^{c.q.}$, et $\sqrt[3]{16} = 2^c 5$, dimension de b (1).

(1) Pour ces divers problèmes, la table, page 30, des racines carrées et cubiques, simplifiera les calculs.

2° *Application :* Quel sera l'écarrissage de la même pièce placée dans les mêmes conditions, mais à section carrée?

$$b^3 = \frac{32 \times 150}{100} = 48, \text{ et } b = \sqrt[3]{48} = 3^c\,6,$$ côté de la barre à section carrée.

Observation : Quand la pièce soumise à l'effort de flexion a par elle-même un poids appréciable, capable d'influer sur la résistance, ou une charge répartie uniformément sur la longueur, on détermine d'abord les dimensions de la section transversale en négligeant ce poids; ces dimensions étant trouvées d'après les règles et formules précédentes, on calcule approximativement le poids ou la charge uniforme de la pièce; puis on ajoute la moitié de ce poids à la résistance de flexion pour calculer alors les nouvelles dimensions de la pièce.

PIÈCES D'ÉGALE RÉSISTANCE ENCASTRÉES PAR UNE EXTRÉMITÉ ET CHARGÉES A L'AUTRE. — Il est constant que la rupture d'une pièce encastrée à une extrémité et chargée à l'autre tend à avoir lieu à la ligne même d'encastrement, puisque c'est là que l'énergie du poids sur le levier est à son maximum. Or, lorsqu'on a déterminé par les formules données la hauteur de la section de la pièce à l'encastrement, on peut, pour alléger son poids et bénéficier la matière, diminuer cette hauteur sur le reste de la longueur de la pièce. La forme qu'il convient de lui donner est celle d'une courbe parabolique; on peut la tracer géométriquement de la manière suivante : soit L la longueur de la pièce encastrée (fig. 100), et soit *c d* la hauteur trouvée de la pièce à la ligne de joint; divisez la longueur L en plusieurs parties égales, quatre

par exemple, aux points 1, 2, 3; prolongez *c d* d'une hauteur égale à elle-même jusqu'en *a*, divisez *c d* en autant de parties égales que L, c'est-à-dire en quatre; par chacun des points de division de *c d* menez des parallèles à la ligne L, puis joignez le point *a* à chacune des divisions 1, 2, 3 de la ligne L, et prolongez jusqu'à la rencontre des parallèles; les points d'intersection de ces lignes prolongées avec les parallèles correspondantes sont autant de points de la courbe parabolique.

Il est à remarquer que la diminution de matière et de poids, qui résulte de cette forme nouvelle de la pièce, n'influe en aucune manière sur sa résistance; car cette courbe donne à la pièce une résistance égale en un point quelconque de sa longueur.

Les balanciers des machines à vapeur affectent cette forme, qui est favorable à leur mode d'action.

PIÈCES SUPPORTÉES EN LEUR MILIEU ET CHARGÉES A LEURS EXTRÉMITÉS, OU RÉCIPROQUEMENT. — Quand une pièce est supportée en son milieu et chargée à ses extrémités, elle résistera à un effort double de celui de la même pièce encastrée à une extrémité et chargée à l'autre, parce que chacun des poids placés aux extrémités n'agit que sur un levier égal à la moitié de la longueur de la pièce (fig. 101).

De même, une pièce reposant librement sur des appuis à chaque extrémité et chargée en son milieu supportera un effort double de celui de la même pièce encastrée à une extrémité et chargée à l'autre (fig. 102).

Pour ces deux cas, on se servira des formules données pour une pièce encastrée à une extrémité et chargée à l'autre, en changeant toutefois le coefficient R qui, au

lieu de 100, devient 200 pour le fer, celui 125 qui devient 250 pour la fonte, et celui du bois 10 qui devient 20.

1er *Ex.* : Quelle résistance pourra supporter à chaque extrémité, sans être altérée, une barre en fer rectangulaire placée de champ en son milieu, dans les conditions suivantes : la dimension horizontale $a = 3$ centimètres, la dimension verticale $b = 2{,}5$ centimètres, et la longueur totale L de la barre = 150 centimètres?

$$P = \frac{200 \times 3 \times (2{,}5)^2}{150} = 25 \text{ kilog., poids supporté.}$$

2e *Ex.* : Quelle charge pourra supporter en son milieu, sans être altéré, un arbre en fonte à section carrée dans les conditions suivantes : a ou $b = 5$ centimètres, et la distance L des appuis = 2 mètres?

$$P = \frac{250 \times 5^3}{200} = 156 \text{ kilog., poids supporté.}$$

Pièces reposant librement sur des appuis aux extrémités et chargées à des distances inégales des points d'appui (fig. 103).

En représentant par l, l' les distances de la charge à chacun des appuis, la formule pour une pièce à section carrée ou cylindrique est :

DÉSIGNATION des corps.	SECTIONS	
	carrée.	cylindrique.
Fer............	$b = \sqrt[3]{\frac{P \times l \times l'}{100 \times L}}$	$D = \sqrt[3]{\frac{P \times l \times l'}{60 \times L}}$.
Fonte..........	$b = \sqrt[3]{\frac{P \times l \times l'}{125 \times L}}$	$D = \sqrt[3]{\frac{P \times l \times l'}{75 \times L}}$.
Bois............	$b = \sqrt[3]{\frac{P \times l \times l'}{10 \times L}}$	$D = \sqrt[3]{\frac{P \times l \times l'}{6 \times L}}$.

Dans ces formules, le diamètre D est donné pour des arbres ordinaires; mais pour les arbres des roues hydrauliques et à chocs, il serait prudent de remplacer les diviseurs 60, 75 et 6 par 30, (37,5) et 3.

1er *Ex.:* Quel sera le côté d'une poutre carrée en bois reposant librement à ses extrémités et chargée d'un poids de 5500 k. placé à des distances l = 50 cent. et l' = 35 cent. des appuis, la longueur totale de la poutre mesurant 85 centimètres?

$b = \sqrt[3]{\frac{5500^k \times 50 \times 35}{10 \times 85}} = \sqrt[3]{11323} = 22^c\,5$, côté de la barre.

2e *Ex.* : Un arbre de roue hydraulique en fonte a 4 mètres de longueur entre ses tourillons A, B, le poids de la roue évalué à 8000 kil. est suspendu à une distance de 1m50 du tourillon A; quelle est la charge sur chacun des appuis, et quel est le diamètre de l'arbre en fonte?

$\frac{8000 \times 1,50}{4}$ = 3000 kil., charge du tourillon B.

et $\frac{8000 \times 2.50}{4} = 5000$ kil., charge du tourillon A.

Diamètre de l'arbre ou des tourillons :

$$D = \sqrt[3]{\frac{8000 \times 1,50 \times 2,50}{75 \times 4,00}} = 21^{c}5,$$ et si l'arbre était soumis à des chocs, on devrait substituer 37,5 à 75, et le diamètre D deviendrait égal à $27^{c}5$.

Arbres creux en fonte. — Pour diminuer le poids des arbres en fonte qui doivent présenter de grandes résistances, on les coule creux. L'épaisseur qu'on leur donne est ordinairement égale à 1/5 du diamètre extérieur. D'après cette condition, la formule pour déterminer leur diamètre extérieur est :

1° Quand la charge agit au milieu de la longueur de la pièce, $D = \sqrt[3]{\frac{P \times L}{120}}$, L étant exprimé en centimètres ;

2° Quand la charge agit à des distances l, l' des points d'appui, $D = \sqrt[3]{\frac{P \times l \times l'}{30 \times L}}$.

Application : Quel sera le diamètre extérieur, puis l'épaisseur d'un arbre creux en fonte destiné à recevoir au milieu de sa longueur une charge de 3000 kil., sa longueur totale étant de $2^{m}50$?

$$D = \sqrt[3]{\frac{3000 \times 2,50}{1,20}} = 18^{c}4,$$

$$\text{et } e = \frac{18,4}{5} = 3^{c}7.$$

Si la charge, au lieu d'être placée au milieu, se trou-

vait à des distances $l = 0^m80$ et $l' = 1^m70$ des points d'appui, la formule donnerait :

$$D = \sqrt[3]{\frac{3000 \times 80 \times 170}{30 \times 250}} = 17^c4,$$

$$\text{et } e = \frac{17^c4}{5} = 3^c48.$$

PIÈCES ENCASTRÉES AUX DEUX EXTRÉMITÉS. — Quand une pièce est encastrée à ses deux extrémités dans des murs qui ne peuvent céder, elle supportera à conditions égales un effort quatre fois plus grand que dans le cas où elle est encastrée par une extrémité et chargée à l'autre, parce que 1° la longueur du levier à l'extrémité duquel agit le poids qui tend à faire fléchir est moitié plus petite, et 2° parce qu'il y a deux surfaces d'encastrement, et, par suite, une résistance double (fig. 104).

Les formules données pour le premier cas de flexion peuvent donc servir ici, avec cette différence que le coefficient R à employer sera 400 pour le fer, 500 pour la fonte, et 40 pour le bois.

Ex. : Quelle charge pourra supporter en son milieu, sans être altéré, un arbre en fonte à section carrée, en supposant que le côté b de la section transversale = 5 centimètres, et que la distance L du poids aux appuis = 200 centimètres ?

$$P = \frac{500 \times 5^3}{200} = 312 \text{ kil., poids supporté.}$$

La formule $D = 3\sqrt[3]{P}$, dans laquelle D représente le diamètre de l'arbre et P la charge totale exprimée en

quintaux métriques (100 kilog.), convient pour calculer les diamètres des tourillons des arbres en fonte de roues hydrauliques ou susceptibles de supporter de grandes charges.

Ex. : Quel est le diamètre à donner à chaque tourillon de l'arbre d'une roue hydraulique dont le poids total est de 30400 kil. ou 304 quintaux ?

On a : $D = 3\sqrt[3]{304} = 20$ cent., diamètre du tourillon en fonte.

Pour le fer, on multiplie le diamètre en fonte par 0,863.

Ainsi, $20 \times 0{,}863 = 17^{c}26$, diamètre du tourillon en fer.

Résistance a la torsion. — Lorsque deux forces agissent en sens opposé et tangentiellement à la surface d'un solide quelconque, comme pour le faire tourner en sens contraire, on dit alors que ce solide est soumis à un effort de torsion.

L'effort de torsion d'un arbre et de ses tourillons est dû à la puissance qui tend à le faire tourner dans un sens et à la résistance qui s'oppose à sa rotation.

Quand un arbre doit résister en même temps à un effort de pression et de torsion, on doit choisir pour son diamètre la dimension trouvée pour le plus grand de ces deux efforts.

Le diamètre du corps de l'arbre se déduit de celui des tourillons qu'il doit égaler avec augmentation de 1/10 environ.

Les arbres ne sont pas tous soumis au même degré à l'effort de torsion, ce qui permet d'établir la subdivision des tourillons en trois classes.

La première classe comprend les arbres soumis aux plus grands efforts de torsion et qui en même temps portent des charges considérables : tels sont les arbres sur lesquels sont montés les volants, les manivelles, les roues hydrauliques, et que nous appellerons arbres premiers moteurs. La deuxième classe concerne les arbres qui communiquent sans choc avec les premiers moteurs et qui portent de fortes roues d'engrenage. Dans la troisième classe sont compris les arbres secondaires de transmission qui généralement ont peu de charge, mais qui s'usent rapidement comme fatigant le plus.

Le principe est que l'effort qu'un tourillon doit supporter est en raison directe de la puissance en chevaux et en raison inverse du nombre de révolutions par minute.

La formule pratique est : $D = \sqrt[3]{\frac{F}{N} \times C}$, dans laquelle

D représente le diamètre du tourillon en centimètres;
F la force de la machine en chevaux-vapeur;
N le nombre de révolutions de l'arbre par minute, et
C un coefficient variable suivant le cas.

Cette formule s'énonce ainsi :

Divisez la force en chevaux de la machine par le nombre de révolutions de l'arbre par minute; multipliez ce quotient par un coefficient donné pour chaque cas, et extrayez la racine cubique du produit; le résultat donne en centimètres le diamètre du tourillon.

TOURILLONS D'ARBRES PREMIERS MOTEURS. — Le coefficient C est 6800 pour la fonte et 4370 pour le fer.

1[er] *Ex.* : Quel est le diamètre du tourillon en fonte et

en fer d'un arbre premier moteur, pour transmettre une force de 10 chevaux avec une vitesse de 20 révolutions par minute?

$$\sqrt[3]{\frac{10}{20} \times 6800} = 15 \text{ c.}, \text{ diamètre du tourillon en fonte,}$$

$$\text{et } \sqrt[3]{\frac{10}{20} \times 4370} = 12^{c}9, \text{ diamètre du tourillon en fer.}$$

2e *Ex.* : A quelle puissance correspond le diamètre d'un tourillon donné, quand on connaît le nombre de révolutions de l'arbre par minute?

Règle : Faites le cube du diamètre, divisez ce cube par 6800 pour la fonte ou par 4370 pour le fer, le quotient multiplié par le nombre de révolutions donne la force en chevaux.

Si, comme dans l'exemple précédent, on suppose: N = 20, le diamètre du tourillon en fonte = 15 cent. et celui du fer = $12^{c}9$, on aura:

1° $(15)^3 = 3375$, et $\frac{3375}{6800} = 0{,}496$, puis $0{,}496 \times 20$ = 10 chevaux environ;

2° $(12^{c}9)^3 = 2185{,}5$, et $\frac{2185{,}5}{4370} = 0{,}5$, puis $0{,}5 \times 20$ = 10 chevaux.

TOURILLONS D'ARBRES DE DEUXIÈME CLASSE. — Les règles ou formules sont les mêmes que les précédentes; seulement le coefficient C pour la fonte devient 3280, et celui pour le fer est 2108.

Ex. : Quel est le diamètre d'un arbre de deuxième classe, chargé de transmettre une force de 24 chevaux avec une vitesse de 20 révolutions par minute?

Diamètre du tourillon en fonte : $\sqrt[3]{\frac{24}{20} \times 3280} = 16$ c.

Diamètre du tourillon en fer : $\sqrt[3]{\frac{24}{20} \times 2108} = 13^c8$.

TOURILLONS D'ARBRES DE TROISIÈME CLASSE. — Le diamètre de ces tourillons se calcule de même, mais en changeant le multiplicateur C, qui, pour la fonte, devient 1640, et pour le fer 1054.

Ex. : Quel sera le diamètre d'un arbre de troisième classe chargé de transmettre une force de deux chevaux avec une vitesse de 36 révolutions par minute?

$\sqrt[3]{\frac{2}{36} \times 1640} = 4^c5$, diamètre du tourillon en fonte.

$\sqrt[3]{\frac{2}{36} \times 1054} = 3^c8$, diamètre du tourillon en fer.

Cette règle fait voir que la force des tourillons est proportionnelle au cube de leur diamètre ; c'est-à-dire qu'un tourillon dont le diamètre est double d'un autre est capable de résister à un effort 8 fois plus grand, puisque le cube de 2 est 8.

Observations : Connaissant le diamètre du tourillon en fonte, on obtient celui en fer dans les mêmes conditions, en divisant le diamètre trouvé pour le tourillon en fonte par 1,16; et réciproquement, connaissant le tourillon en fer, on déterminerait le diamètre du tourillon en fonte en multipliant le diamètre du tourillon en fer par 1,16. La longueur d'un tourillon doit excéder de 1/4 à 1/2 le diamètre, et quelquefois plus.

Comme il est dit plus haut, le diamètre du corps des

arbres en fonte, comme celui des arbres en fer, se déduit du diamètre de leurs tourillons; on les fait généralement un peu plus forts, d'un dixième environ. Cette augmentation peut aller à 1/5 pour des arbres en fonte pleins pour des longueurs de 2 à 4 mètres. Les multiplicateurs ou coefficients dans chacun des cas considérés précédemment sont calculés en considération de la charge et de la torsion.

Quant aux arbres en bois, leur résistance dans les mêmes conditions est le 1/4 de la fonte; ainsi, connaissant le diamètre d'un arbre en fonte, il faudra l'augmenter dans le rapport de $\sqrt[3]{4:1}$, ou le multiplier par 1,6, pour avoir le diamètre de l'arbre en chêne.

RÉSISTANCE DES PLANCHERS, COMBLES, ETC. — Lorsque les solives d'un plancher sont distancées d'un vide égal au plein, Rondelet admet que la hauteur transversale de chaque solive doit être égale à 1/24e de sa longueur; et il donne aux poutres, que l'on place ordirairement en travers des solives pour les soutenir, à 4 mètres environ de distance l'une de l'autre, une épaisseur égale à 1/18 de leur longeur.

En se basant sur ces données, et sur la formule : $P = \frac{40\,a\,b^2}{L}$, dans laquelle a = la largeur de la solive, et b son épaisseur, on calcule : 1° la section transversale de chaque solive, 2° l'effort que chacune d'elles peut supporter, et 3° la résistance totale du plancher.

Prenons pour exemple un plancher composé de 30 solives, ayant chacune 4 mètres de long.

1° $\frac{4^m}{24} = 0^m\,16$ ou 16 centimètres environ, épaisseur

verticale de chaque solive; et en prenant pour largeur de la solive les 5/7 de son épaisseur, on obtient $\frac{5}{7} \times 16 = 11^{c}4$;

$$2^{o}\ P = \frac{40 \times 11^{c}4 \times 16^{2}}{400} = 292 \text{ k.},$$ résistance de chaque solive;

Et 3° $292 \times 30 = 8760$ kil., résistance totale du plancher.

Le comble d'un bâtiment comprend la charpente qui le termine et la toiture.

Le toit peut être en ardoises et en tuiles plates ou creuses. L'inclinaison varie suivant les matières employées; l'angle d'une toiture en ardoises varie de 45° à 33°, celui d'une toiture en tuile plates est au minimum de 27°, et l'angle d'un toit couvert en tuiles creuses est de 18° à 21.

Le poids d'un mètre carré de couverture en ardoises est de 17 à 20 kil.; le poids d'une couverture en tuiles plates est de 85 à 90 kil., et celui d'une couverture en tuiles creuses est de 55 à 60 kil.

Les combles des édifices sont de formes prismatique, pyramidale, cylindrique ou conique.

La charpente d'un comble se compose d'une ou de plusieurs fermes distancées de 3 à 4 mètres, qui, avec les murs, soutiennent tout le système de la couverture, et de plusieurs poutrelles ou pannes disposées en travers des fermes dans le sens de la longueur du bâtiment, sur lesquelles reposent les chevrons, les lattes et la converture.

La figure 105 est un comble simple; il se compose

des pièces suivantes : A A, pièces de bois inclinées formant la ferme et appelées arbalétriers; elles sont réunies vers le haut au poinçon B, et en bas au tirant C. Ces pièces principales sont consolidées par des contrefiches et jambettes D. Pour former grenier, on dispose, parallèlement au tirant, une pièce de bois dite entrait retroussé G H, soutenue de chaque côté par des aisseliers I I; c'est alors sur cet entrait que repose le poinçon B. J J sont les pannes disposées en travers des fermes ou arbalétriers, et L L sont les chevrons qui se prolongent d'un côté jusqu'au faîtage M, et en bas jusqu'aux sablières N N entaillées dans les murs. Les chevrons sont soutenus par des coyaux *o o*.

Les dimensions de ces différentes parties d'un comble se déterminent d'après les charges qu'elles ont à supporter; ainsi, pour déterminer l'écarrissage des arbalétriers, il faudrait avoir égard au poids des pannes, des chevrons, de la couverture, etc., à la pression accrue par le vent, et enfin au poids de la neige qui y séjourne.

TABLE DES DIMENSIONS APPROXIMATIVES

DES PRINCIPALES PIÈCES DES COMBLES EN BOIS DE DIFFÉRENTES FORMES ET PORTÉES.

DÉSIGNATION des FERMES	LARGEUR dans l'œuvre du bâtiment.	TIRANT ne portant pas de plancher.	TIRANT pour porter un plancher.	ARBALÉTRIERS.	POINÇON.	FAÎTE.	PANNES.	SABLIÈRES.	CHEVRONS.	COYAUX.
	mètres.	cent.	cent.	cent.	cent.	cent.	cent.	cent.	cent.	cent.
Ferme simple.............	6	27 à 24	32 à 27	22 à 19	19 à 19	19 à 16	19 à 19	23 à 12	9 à 9	8 à 7
	9	33 à 30	40 à 32	26 à 24	24 à 24	20 à 17	20 à 20	25 à 14	10 à 10	9 à 8
	12	40 à 36	47 à 37	32 à 30	30 à 30	22 à 19	22 à 22	28 à 16	11 à 11	10 à 9
Ferme à entrait retroussé, et arbalétrier allant du faîte au tirant................	6	»	42 à 30	22 à 19	19 19	19 à 16	19 à 19	23 à 12	9 à 9	8 à 7
	9	»	52 à 30	26 à 24	24 à 24	20 à 17	20 à 20	25 à 14	10 à 10	9 à 8
	12	»	63 à 45	32 à 30	30 30	22 à 19	22 à 22	28 à 16	11 à 11	10 à 9
Ferme avec entrait retroussé et jambe de force.......	6	»	42 à 30	18 à 15	15 à 15	19 à 16	19 à 19	23 à 12	9 à 9	8 à 7
	9	»	52 à 37	22 à 18	18 à 18	20 à 17	20 à 20	25 à 14	10 à 10	9 à 8
	12	»	63 à 45	27 à 22	22 à 22	22 à 19	22 à 22	28 à 16	11 à 11	10 à 9
Ferme pour comble en mansarde..................	6	»	42 à 30	20 à 18	18 5 18	19 à 16	19 à 19	23 à 12	9 à 9	8 à 7
	9	»	52 à 37	25 à 23	23 à 23	20 à 17	20 à 20	25 à 14	10 à 10	9 à 8
	12	»	63 à 45	30 à 28	28 à 28	22 à 19	22 à 22	28 à 16	11 à 11	10 à 9

CHAPITRE VIII

PROPRIÉTÉS DE LA VAPEUR

CHAUDIÈRES.

On entend par vapeur en général tout gaz ou fluide élastique, et par vapeur d'eau cette fumée humide qui s'échappe des liquides soumis à l'action d'un foyer de chaleur.

Quand on chauffe de l'eau dans un vase ouvert, sa température s'élève jusqu'à 100 degrés centigrades; dès cet instant il y a équilibre entre la pression de l'air et la température de l'eau qui entre en ébullition et qui forme alors une vapeur visible. Si on continue la combustion, la température de l'eau reste la même, et l'excès de calorique se trouve employé à convertir en vapeur toute l'eau contenue dans le vase ouvert. Cette vapeur formée à l'air libre n'a aucune puissance.

Mais lorsque l'eau est chauffée dans un vase fermé hermétiquement, comme dans une chaudière, la vapeur, qui vient occuper l'espace libre au-dessus de l'eau, acquiert successivement une compressibilité, une tension ou force élastique qui s'accroît avec la température de l'eau; et la relation est telle entre la pression et la température, que l'une ne peut s'abaisser ni s'élever sans que l'autre subisse proportionnellement abaissement ou élévation.

C'est cette concentration de la vapeur à une tempéra-

ture plus ou moins élevée, dans l'intérieur d'une chaudière hermétiquement close, qui produit sa puissance plus ou moins énergique.

Le tableau suivant indique les pressions de la vapeur, son volume, sa vitesse, son poids, et les températures correspondantes en degrés centigrades.

TABLE

INDIQUANT LES TEMPÉRATURES, LE POIDS, LES VOLUMES ET LES VITESSES DE LA VAPEUR A DIVERSES PRESSIONS.

ÉLASTICITÉ ou pression de la vapeur en atmosphères.	COLONNE de mercure à 0° qui mesure cette pression.	PRESSION en kilog. par chaque centimèt. carré.	TEMPÉRATURE en degrés centigr.	POIS du mètre cube de vapeur.	VOLUME en litres d'un kilog. de vapeur à la pression et à la température correspondantes.	VITESSE de la vapeur s'échappant dans l'atmosphère.
	mètres.	kil.	degrés.	kil.	litres.	mètres.
0,50 ou 1/2	0,38	0,516	82,0	0,310	3229,36	»
0,75 ou 3/4	0,57	0,776	92,0	0.451	2217,20	»
1,00	0,76	1,033	100,0	0,588	1700,90	211
1,18	0,90	1,248	105,0	0,684	1454,00	332
1,50	1,14	1,550	112,4	0,854	1171,56	343
1,75	1,33	1,809	117,1	0,984	1016,66	394
2,00	1,52	2,066	121,5	1,111	899,91	427
2,25	1,71	2,326	125,5	1,238	808,00	451
2,50	1,90	2,582	128,8	1,363	733,45	472
2,75	2,09	2,842	132,1	1,487	672,36	488
3,00	2,28	3,100	135,0	1,611	621,74	502
3,25	2,47	3,360	137,7	1,734	576,83	512
3,50	2,66	3,618	140,6	1,855	539,10	520
4,00	3,04	4,133	145,4	2,096	477,05	537
4,50	3.42	4,648	149,1	2,334	428,36	549
5,00	3,80	5,165	153,3	2,568	389,38	562
5,50	4,18	5,681	156.7	2,802	356,86	»
6,00	4,56	6,200	160,0	3,033	329,69	»
6,50	4,94	6,719	163,3	3,281	306,62	»
7,00	5,32	7,235	166,4	3,488	286,70	»
8,00	6,08	8,264	172,1	3,934	254,27	»

Pression de la vapeur. — On appelle pression, tension, ou force élastique de la vapeur, l'effort qu'elle

exerce sur un centimètre carré ou plus généralement sur l'unité de surface.

La force élastique de la vapeur est donnée comparativement à celle de l'air qui est prise pour unité.

Or, la pression atmosphérique ou simplement l'atmosphère est capable de soulever dans le vide une colonne d'eau de $10^m 33$ ou une colonne de mercure de $0^m 76$, ce qui équivaut par centimètre carré à une pression de $1^k 033$, et par mètre carré à une pression de $10000 \times 1^k 033 = 10330$ kilog.

Ainsi, dire que la vapeur a une tension d'une atmosphère, c'est admettre qu'elle exerce par chaque centimètre carré une pression de $1^k 033$; sa température, dans ce cas, est de 100 degrés centigrades.

Pour avoir la pression unitaire de la vapeur à toute autre température, la règle consiste à multiplier le nombre donné d'atmosphères par $1^k 033$.

1er *Ex.*: Quelle est la pression par chaque centimètre carré de la vapeur dont la tension est de 5 atmosphères?

$$p = 5 \times 1{,}033 = 5^k 165.$$

C'est d'après cette règle qu'a été calculée la troisième colonne de la table précédente (page 233).

2e *Ex.*: Quelle est la pression de la vapeur à 135° sur un piston de 25 cent. de diamètre?

D'après la table, la pression correspondante à 135° est de 3 atmosphères ou de $3^k 10$ par cent. carré.

Or, la surface d'un piston de 25 cent. de diamètre ou $S = 25^2 \times 0{,}7854 = 490^{c.q.} 87$, alors $p = 490{,}87 \times 3{,}10 = 1521^k 70$, pression de la vapeur sur le piston.

— La classification des machines à vapeur, en haute,

moyenne et basse pression, dépend de la pression plus ou moins élevée de la vapeur dans la chaudière.

Ainsi, on entend généralement par machines à basse pression, celles où la vapeur a dans la chaudière une tension de 1 atmosphère à $1^{atm.}$ 1/2. Les machines sont dites à moyenne pression quand la vapeur a dans la chaudière une tension de 2 à 3 atmosphères.

Enfin, les machines à haute pression sont celles où la vapeur travaille sous une tension de 4 à 8 atmosphères et au-dessus.

POIDS D'UN MÈTRE CUBE DE VAPEUR. — L'expérience a prouvé qu'un centimètre cube d'eau distillée produit $1^{lit.}$ 700 ou 1700 centimètres cubes de vapeur à 100°, sous la pression de $0^{m}76$ de mercure ou d'une atmosphère. Un litre ou 1 kilogramme d'eau produira donc 1700 litres de vapeur à 100° et de même poids; alors un seul litre de vapeur à la pression de l'atmosphère et à la température de 100° pèsera $\frac{1}{1700} = 0^{gr}588$, et 1 mètre cube pèsera 1000 fois plus ou $0^{k}5882$.

Le poids d'un mètre cube de vapeur à toute autre tension se détermine par la formule $P = \frac{0,7827}{1 + 0,00375 \times t} \times p$; dans laquelle p est la pression en kilog. par cent. carré, et t exprime la température en degrés centigrades.

1er *Ex.* : Quel est le poids d'un mètre cube de vapeur, en supposant que sa pression soit de 3 atmosphères ou $3^{k}100$ et sa température de 135°?

$$P = \frac{0,7827}{1 + 0,00375 \times 135} \times 3,100 = 1^{k}611.$$

Cette formule a servi à trouver la cinquième co-

lonne de la table page 233 pour le poids d'un mètre cube de vapeur à diverses tensions.

2e *Ex.* : Quel est le poids de la vapeur à 135° dépensée à chaque course d'un piston de 25 cent. de diamètre, en supposant la course = $1^{m}20$?

Le volume dépensé en mètres cubes ou

$$V = 25^2 \times 0{,}7854 \times 1^{m}20 = 0^{m.c.}0589.$$

Or, d'après la table, à la pression de 3 atm., le poids d'un mètre cube de vapeur = $1^{k}611$.

On a alors $0^{m.c.}0589 \times 1^{k}611 = 0^{k}095$, pour le poids de la vapeur dépensée à chaque coup de piston.

Loi de Mariotte. — Cette loi est ainsi conçue : Les volumes d'un gaz ou de la vapeur sont en raison inverse des pressions qu'on leur fait subir ; c'est-à-dire que si, sous la charge d'une atmosphère, le volume est égal à une colonne d'un mètre de haut, sous la charge de 2 atmosphères ce volume sera réduit à 1/2 mètre de haut ; et réciproquement, si la pression diminue de moitié, la hauteur de la colonne double, et ainsi de suite.

D'après cela, pour connaître le volume que la vapeur occupera sous une pression quelconque, il faut multiplier le volume primitif par la pression primitive et diviser le produit par la nouvelle pression.

Ex. : Un volume de vapeur est représenté par $0^{m.c.}45$, quand la pression mesurée par la colonne de mercure = $0^{m}76$; que devient ce volume sous une colonne de pression de $2^{m}28$?

$$V = \frac{0^{m.c}45 \times 0{,}76}{2{,}28} = 0^{m.c.}15.$$

Lorsque la vapeur se détend, c'est-à-dire quand un

espace saturé de vapeur s'agrandit subitement, sans que sa température subisse de refroidissement, elle suit dans sa détente la loi de Mariotte; cet effet a lieu dans les machines à détente qui produisent une grande économie de combustible.

— Le volume de la vapeur, en prenant pour unité celui de l'eau, lorsque l'on connaît sa température et sa force élastique, se détermine par la formule : $V = \frac{349}{f} \times (270 + t)$, dans laquelle f est la hauteur de la colonne de mercure qui mesure l'élasticité de la vapeur, et t la température en degrés centigrades.

Ex. : Quel est le volume en litres de 1 kilog. de vapeur à la température de 128° 85 et sous une pression de 190° de mercure?

$$V = \frac{349}{190} \times (270 + 128{,}85) = 732^{\text{lit.}}62.$$

Cette formule a permis de déterminer les volumes en litres de 1 kil. de vapeur, sous diverses pressions, indiqués dans la sixième colonne de la table page 233.

Puissance calorique des principaux combustibles. — Dans les fourneaux bien construits on peut se baser sur le tableau page 238 de la quantité de vapeur produite par chaque kilogramme de combustible sous une chaudière de tôle.

NOMS DES COMBUSTIBLES.	QUANTITÉ DE VAPEUR fournie pour la combustion de 1 kilogramme de chaque combustible.
	kilog.
Tourbe ordinaire	1,8 à 2
Tourbe carbonisée	2,8 à 3
Bois séché à l'air	2,7
Bois séché au feu	3,7
Charbon de bois ordinaire	5,6
Charbon de bois sec	6,0
Houille, qualité inférieure	5,0
Houille, bonne qualité	6,5
Coke	7,0

Ex. : Quelle est la quantité de houille de bonne qualité nécessaire à l'alimentation d'un fourneau destiné à produire 250 kilos de vapeur ?

1 kilog. de cette houille pouvant fournir $6^k 50$ de vapeur, on a : $\frac{250}{6,5} = 40$ kilog.

CHAUDIÈRES DE MACHINES A VAPEUR. — La forme la plus généralement employée pour les chaudières des machines à vapeur à moyenne et haute pression, est celle d'un cylindre allongé dont les extrémités sont sphériques (fig. 106, pl. 4.).

Ces chaudières, dites de Woolf, sont en feuilles de tôle de fer laminé ; quelquefois aussi on les établit en cuivre rouge ; ces dernières chaudières résistent davantage au coup de feu. Les chaudières en tôle de fer remplacent avantageusement les chaudières en fonte qui étaient très-sujettes à se briser par des changements brusques de température. Quoique les dimensions de ces chaudières varient suivant les circonstances, cependant, leur longueur est ordinairement égale à 5 fois

leur diamètre. Cette proportion entre la longueur et le diamètre est très-favorable à l'action de la flamme, et pour la résistance à la pression intérieure de la vapeur.

On se sert aussi, pour les machines à basse pression, de chaudières dites de Watt, à fond plat ou concave (fig. 107), qui donnent une production de vapeur comparativement plus grande que les chaudières cylindriques ; mais ce léger avantage n'est rien en comparaison de la bien plus grande résistance que présentent les chaudières cylindriques.

Pour préserver les chaudières de Woolf du contact immédiat du feu et éviter les réparations qui en sont les conséquences fâcheuses, on place au-dessous (fig. 108), un, deux et même quelquefois trois tubes qui prennent le nom de bouilleurs, parce que, plongés dans le foyer, ils reçoivent directement l'action de la flamme qui lèche leur surface et le dessous de la chaudière, pour se rendre ensuite dans les carneaux latéraux et s'échapper dans la cheminée. L'avantage de ces bouilleurs est aussi d'augmenter la surface de chauffe. Souvent ces bouilleurs font directement corps avec la chaudière, à laquelle ils sont rivés par deux tubulures ; mais comme ces tubes ont besoin d'être démontés pour cause de réparations, il est préférable de les assembler à queue d'aronde dans les tubulures que porte la chaudière, et de les fixer sur place avec du mastic de fonte (1). Ce

(1) Ce mastic est composé de 20 parties de limailles de fonte non oxydé sur 1 partie de sel ammoniac et 1/2 de fleur de soufre, le tout mélangé par portion et imbibé d'urine et d'eau; on effectue le joint avec ce mastic quand il a été bien battu, et on rend le joint inaltérable en saupoudrant la surface extérieure de fleur de soufre, qui forme bientôt une croûte qui s'oppose à toute espèce d'infiltration.

moyen permet, en cas de rupture d'un bouilleur, de le démonter, pour le remplacer par un autre, et évite un bien plus long chômage que nécessiterait le démontage de la chaudière.

ÉPAISSEUR DES CHAUDIÈRES. — L'épaisseur à donner aux chaudières cylindriques est réglée d'après l'ordonnance par la formule :

$$e = \frac{18 \times d \times p}{10} + 3, \text{ dans laquelle}$$

e exprime l'épaisseur en millimètres;

d le diamètre de la chaudière en mètres;

p la pression de la vapeur dans la chaudière diminuée d'une atmosphère.

Cette formule donne lieu à la règle suivante:

Multipliez la pression effective *de la vapeur exprimée en atmosphères par le diamètre de la chaudière et par le nombre constant* 18; *divisez le produit par* 10; *le résultat augmenté de* 3 *donne l'épaisseur en millimètres.*

Ex. : Une chaudière dont le diamètre = 1^m, et dont la pression absolue est de 5 atmosphères, soit 4 atmosphères effectives, devra avoir pour épaisseur :

$$e = \frac{18 \times 1^m \times 4}{10} + 3 = 10^{\text{mill.}}20.$$

TABLE DES ÉPAISSEURS

A DONNER AUX CHAUDIÈRES A VAPEUR CYLINDRIQUES EN TÔLE OU EN CUIVRE LAMINÉ.

DIAMÈTRE des chaudières.	NUMÉROS DE TIMBRES EXPRIMANT LES TENSIONS DE LA VAPEUR.						
	2 atmosp.	3 atmosp.	4 atmosp.	5 atmosp.	6 atmosp.	7 atmosp.	8 atmosp.
mètres.	millim.	millim.	millim.	millim.	millim.	millim.	millim.
0,50	3,90	4,80	5,70	6,60	7,50	8,40	9,30
0,55	3,99	4,98	5,97	6,96	7,95	8,94	9,93
0,60	4,08	5,16	6,24	7,32	8,40	9,48	10,56
0,65	4,17	5,34	6,51	7,68	8,85	10,02	11,19
0,70	4,26	5,52	6,78	8,04	9,30	10,56	11,82
0,75	4,35	5,70	7,05	8,40	9,75	11,10	12,45
0,80	4,44	5,88	7,32	8,76	10,20	11,64	13,08
0,85	4,53	6,06	7,59	9,12	10,65	12,18	13,71
0,90	4,62	6,24	7,86	9,48	11,10	12,72	14,34
0,95	4,71	6,42	8,13	9,84	11,55	13,26	14,97
1,00	4,80	6,60	8,40	10,20	12,00	13,80	15,60

Nota. Le diamètre des chaudières ne doit pas dépasser un mètre; il vaut mieux accoupler deux chaudières pour de puissantes machines.

Essai des chaudières. — On essaie à froid les chaudières en tôle de fer ou de cuivre, avec une presse hydraulique ou toute pompe de pression, sous une pression deux fois plus grande que la résistance nominative qu'elles doivent supporter à chaud; cette épreuve tend à faire reconnaître qu'il n'y a pas de défaut dans le métal, que ce dernier est homogène, et qu'il ne se présente pas de fuite par les joints ou par les rivets.

Chaudières en fonte. — La pression d'épreuve pour les chaudières en fonte sera 5 fois la pression effective. Les cylindres en fonte et enveloppes en fonte pour la vapeur seront éprouvés à une pression triple de celle effective.

DIMENSION DES CHAUDIÈRES. — La force de vaporisation d'un générateur se calcule par la surface de chauffe, c'est-à-dire l'étendue de la paroi exposée à l'action de la flamme du foyer.

CHAUDIÈRES DE WATT. — Dans les chaudières de Watt à fond plat ou concave, il y a à considérer la surface de chauffe directe ou celle du fond qui est exposé immédiatement à l'action de la flamme, et la surface de chauffe latérale ou celle des côtés de la chaudière. Or, dans les chaudières de Watt, où l'eau occupe les deux tiers de la capacité totale de la chaudière, et la vapeur l'autre tiers, il est prudent de limiter la hauteur des surfaces latérales au-dessous du niveau du régime de l'eau dans la chaudière, pour ne pas risquer de brûler la tôle et de provoquer une explosion dans l'abaissement fortuit de ce niveau.

SURFACE DE CHAUFFE. — On estime que les chaudières à basse pression de Watt doivent présenter une surface de chauffe de $1^{m.q.}40$ par force de cheval. Cette estimation permet de déterminer la surface de chauffe à donner à une chaudière à vapeur suivant sa force en chevaux, et par suite d'évaluer en chevaux la surface de chauffe d'une chaudière de dimensions données.

1[er] *Ex.:* Quelle sera la surface de chauffe à donner à une chaudière à basse pression pour la force de quinze chevaux?

$1^{m.q.}40 \times 15 = 21$ mètres carrés de surface totale de chauffe.

L'étendue de cette surface de chauffe doit se distribuer : un tiers pour le fond de la chaudière, et les deux

autres tiers pour les surfaces latérales. Le dôme de la chaudière ne compte pas comme une surface évaporatoire.

2e *Ex.* : Quelle est la force en chevaux d'une chaudière à basse pression établie dans les conditions suivantes : 1° la surface de chauffe directe ou du fond de la chaudière = 7 mètres carrés; 2° chacune des surfaces latérales = 7 mètres carrés?

La surface totale de chauffe étant égale à 21 mètres, la force en chevaux $= \frac{21}{1,40} = 15$ chevaux.

On trouve dans ces chaudières de Watt que, pour vaporiser 1 mètre cube d'eau par heure, il faut environ 26 mètres carrés de surface totale de chauffe, dont le tiers directement exposé à l'action du feu; et on compte qu'un mètre carré de surface de chauffe peut moyennement réduire en vapeur $0^{m.c.}0384$, ou $38^{lit.}4$, ou $38^{k}4$ d'eau dans une heure. Ainsi, connaissant le poids de la vapeur à consommer par heure, et divisant ce poids de vapeur par 38, le quotient exprimerait la surface de chauffe.

Enfin, on peut estimer que la capacité d'une chaudière à basse pression doit être de $0^{m.c.},566$ par force de cheval.

Chaudières de Woolf. — Les chaudières cylindriques à bouilleurs offrent, à volume égal, une plus grande surface de chauffe que celles de Watt. La moitié de la capacité de la chaudière est réservée pour la vapeur. On prend, dans ces chaudières à bouilleurs, pour surface de chauffe, les 2/3 de la surface totale de chaque bouilleur, plus la moitié de la surface de la chaudière,

et on estime que la surface de chauffe doit être par chaque cheval de $1^{m.q.}30$ moyennement.

La longueur des bouilleurs surpasse celle de la chaudière de 50 centimètres environ, dont partie est dissimulée par l'épaisseur de la maçonnerie, et dont le prolongement est en saillie du fourneau et muni d'un robinet de vidange; mais dans les calculs on ne doit compter pour chaque bouilleur que la longueur de la chaudière.

1er *Ex.* : Quelle est la force de vaporisation en chevaux d'une chaudière à bouilleurs, établie dans les conditions suivantes :

Longueur de la chaudière = 5 mètres; diamètre = $0^{m}90$.

Longueur réduite de chaque bouilleur = 5 mètres; et diamètre = $0^{m}40$?

La surface de chauffe de la chaudière ou 1/2 développement	= $7^{m.q.}06$
La surface de chauffe d'un bouilleur ou 2/3 du développement	= $4^{m.q.}21$
Celle du deuxième bouilleur	= $4^{m.q.}21$
La surface de chauffe totale	= $15^{m.q.}48$

Or, $\frac{15^{m.q.}48}{1,30} = 11^{ch.}90$, force du générateur.

La surface totale de la chaudière serait alors de $14^{m.q.}12$, et celle de chaque bouilleur serait de $5^{m.q.}61$.

Dans les chaudières cylindriques sans bouilleurs l'eau remplit les 2/3 de la capacité, et la surface de chauffe se calcule à raison de $1^{m.q.}30$ moyennement par force de

cheval. Il est toujours avantageux d'employer des chaudières dépassant la puissance des machines à vapeur.

2e *Ex.* : Quelle est la longueur L à donner à une chaudière cylindrique sans bouilleurs, capable d'alimenter une machine de 6 chevaux, en supposant que son diamètre soit de $0^{m}80$, et en admettant une surface de chauffe de $1^{m.q.}30$ par force de cheval ?

On a $1^{m.q.}30 \times 6 = 7^{m.q.}80$ pour surface totale. Or, la surface de chauffe comprend les 2/3 de la surface totale de la chaudière ; on a alors :

$$7^{m.q.}80 = L \times 2\pi R \times 2/3 = L \times \frac{4\pi R}{3}.$$

Dans cette formule L est la longueur cherchée ;

R est le rayon connu $= \frac{0,80}{2} = 0^{m}40$;

L'expression $\pi = 3,14$.

La formule devient : $7^{m.q.}80 = L \times 3,14 \times 0,40 \times \frac{4}{3}$,

ou $7^{m.q}80 = L \times 1,675$, d'où $L = \frac{7^{m.q.}80}{1,675} = 4^{m.q.}65$

pour la longueur de la chaudière.

Pour connaître la capacité de la chaudière pour l'eau et la vapeur, la chaudière étant terminée par des calottes sphériques, on opérera suivant la règle indiquée au calcul des solides, page 90.

Ainsi, la chaudière étant terminée par des calottes sphériques, la longueur de la partie cylindrique de la chaudière est réduite à $4^{m}65 - (0,40 \times 2) = 3^{m}85$.

Le volume correspondant de la partie cylindrique est :

$$V = \frac{2}{3} \times 3,14 \times (0,40)^2 \times 3^{m}85 = 1^{m.c.}290.$$

Le volume des deux bouts sphériques est :

$$v = \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times 3,14 \times (0,40)^3 = 0^{\text{m.c.}}179.$$

Le volume pour l'eau = $1^{\text{m.c.}}290 + 0,179 = 1^{\text{m.c.}}469$ 1469 litres,

et le volume pour la vapeur = $\frac{1469}{2} = 734^{\text{lit.}}5$.

Enfin, la capacité totale de la chaudière serait :

$$1469^{\text{lit.}} + 734^{\text{lit.}}5 = 2^{\text{m.c.}}2035 \text{ ou } 2203^{\text{lit.}}5.$$

Il est préférable et économique de surmonter la chaudière d'un réservoir où se prend la vapeur qui est alors plus sèche et dégagée de tous globules d'eau.

TABLE DES DIMENSIONS ET DES ÉPAISSEURS

DES CHAUDIÈRES CYLINDRIQUES EN TOLE AVEC BOUILLEURS POUR UNE PRESSION DE CINQ ATMOSPHÈRES.

NOMBRE des chevaux.	LONGUEUR des chaudières.	LONGUEUR des deux bouilleurs.	DIAMÈTRE des chaudières.	DIAMÈTRE des bouilleurs.	ÉPAISSEUR de la tôle.
	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	millim.
2	1,65	1,75	0,66	0,28	8,00
4	2,10	2,20	0,70	0,30	8,00
6	2,70	2,85	0,75	0,35	9,00
8	3,40	3,60	0,80	0,35	9,00
10	4,10	4,30	0,80	0,38	10,00
12	4,80	5,00	0,80	0,38	10,00
15	5,60	5,80	0,80	0,45	10,00
20	6,60	6,80	0,85	0,50	10,00
25	8,00	8,20	0,85	0,50	10,00
30	8,30	8,50	1,00	0,60	10,50
35	9,50	9,70	1,00	0,60	11,00
40	10,00	10,30	1,00	0,70	11,00

CHAUDIÈRES TUBULAIRES. — On appelle ainsi les chaudières garnies intérieurement de tubes enveloppés par la masse de l'eau à vaporiser, et à travers lesquels circulent la flamme, la fumée et les gaz de la combustion. Ce système est indispensable là où il faut vaporiser rapidement, par exemple, pour les chemins de fer.

On obtient aussi dans ces chaudières d'un kilog. de houille 7 à 8^k d'eau vaporisée, résultat supérieur à celui des chaudières ordinaires.

Dans les générateurs de distillerie, on désigne par force de cheval l'évaporation moyenne de 25 litres d'eau à l'heure. Ce qui donne 18 à 20^k par mètre carré de surface de chauffe.

Enfin, l'expérience prouve qu'un mètre carré de surface de chauffe élève à 300 degrés 2 mètres cubes d'air par minute.

PIÈCES ACCESSOIRES DES CHAUDIÈRES A VAPEUR. — D'après l'ordonnance les chaudières sont toujours accompagnées d'appareils accessoires tels que : soupapes de sûreté, manomètre, trou d'homme, flotteur et sifflet d'alarme.

SOUPAPES DE SURETÉ. — Elles servent à donner issue à la vapeur, lorsque la tension dépasse la pression normale.

Ces soupapes à disques ne doivent avoir, par mesure de précaution, qu'un millimètre de contact sur toute la circonférence du siége qui les reçoit. La section d'écoulement fournie par une soupape de sûreté doit être telle qu'elle puisse laisser échapper la plus grande quantité de vapeur que la chaudière puisse produire.

La formule appliquée par l'administration des ponts

et chaussées, pour déterminer le diamètre des soupapes de sûreté pour machines à haute pression, est :

$D = 2{,}6 \sqrt{\frac{c}{n - 0{,}412}}$, dans laquelle D représente le diamètre en centimètres, c la surface de chauffe en mètres carrés, et n la pression en atmosphères de la vapeur dans la chaudière.

Ex. : Quel est le diamètre, et par suite la surface à donner à une soupape de sûreté, en supposant que c, la surface totale de chauffe, soit de 11,98 mètres carrés, et que la pression n soit de 4 atmosphères ?

$D = 2{,}6 \sqrt{\frac{11{,}98}{4 - 0{,}412}} = 4^{c}73$, diamètre de la soupape,

et la surface de la soupape $= 17^{m.q.}76$.

Dans les machines à basse pression, on donne 5 à 6 centimètres carrés de surface à la soupape par force de cheval-vapeur.

— Connaissant la surface en centimètres carrés de la soupape, et la tension intérieure de la vapeur dans la chaudière, il devient facile de déterminer le poids dont il faut la charger pour faire équilibre à cette pression de la vapeur.

Supposons, en effet, que la tension de la vapeur à l'intérieur de la chaudière soit de quatre atmosphères ou $4^{k}132$ par centimètre carré, et la surface en centimètres carrés de la soupape égale à $17^{c.q.}76$; la pression totale de la vapeur sur la soupape sera de $17^{c.q.}76 \times 4^{k}132 = 73^{k}38$; mais la soupape a contre elle, en sens inverse de la tension de la vapeur, la pression atmosphérique qui, par centimètre carré, est de $1^{k}033$, et pour toute la sou-

pape de $1^k 033 \times 17,76$ ou $18^k 34$ qui doivent être retranchés de $73^k 38$. La différence $55^k 04$ est le poids net dont il faut charger la soupape pour équilibrer la pression intérieure de la vapeur.

Au lieu de faire presser le poids de $55^k 04$ sur la soupape, ce qui serait très-gênant, surtout lorsqu'il faut le manœuvrer, on se sert, pour intermédiaire, d'un levier sur lequel on fixe un poids qui, combiné avec la longueur du levier, produit le même effort (fig. 109).

Il se présente alors deux cas : le premier consiste, lorsque l'on a un poids à sa disposition, à déterminer sur le levier sa distance du point d'appui ; on y parvient par la règle suivante : *Multipliez la pression entière sur la soupape par le petit bras de levier, et divisez ce produit par le poids connu, le quotient exprimera le* bras de levier (1) *à l'extrémité duquel ce même poids exercera la pression demandée.*

Ex.: Supposons que la pression à produire sur la soupape soit de $55^k 04$, le poids qui doit servir = 3 kilogr., et le petit bras de levier égal à 4 centimètres :

Alors le grand bras de levier L ou le levier L =

$$\frac{55^k 04 \times 4}{3} = 73^c 38.$$

Dans le second cas, où l'on connaît les deux bras de levier et la pression sur la soupape, on détermine le poids à placer à l'extrémité du grand bras de levier par la règle : *Multipliez la pression sur la soupape par le petit bras de levier, et divisez ce produit par le grand bras de levier, le quotient exprimera le poids cherché.*

(1) Dans ce cas, le grand bras de levier c'est le levier lui-même, puisque les bras se comptent à partir du point d'appui.

Dans l'exemple précédent on aurait $P=\frac{55^k04 \times 4}{73^c38}=3^k$.

Flotteur. — Le niveau de l'eau dans les chaudières fixes est généralement réglé par un flotteur d'un poids spécifique supérieur à celui de l'eau. Cet appareil se compose d'une pierre plate de forme ovale ou circulaire qui plonge moitié de son épaisseur dans l'eau ; elle est suspendue à un fil de laiton ou d'acier de 3 ou 4 millimètres de diamètre, qui se meut dans une boîte à étoupes pour éviter toute fuite de vapeur. Ce fil se fixe à l'extérieur de la chaudière, à l'extrémité d'un balancier à secteur qui, oscillant à son centre, porte à l'autre extrémité un contre-poids (fig. 110).

A l'état de niveau ordinaire de l'eau dans la chaudière, il y a équilibre entre le poids de la pierre et la résistance du contre-poids, et le balancier reste horizontal. Mais lorsque le niveau de l'eau dans la chaudière s'élève, la pierre plongeant davantage pèse moins, et le levier bascule du côté du contre-poids qui l'emporte, ce qui indique au chauffeur de fermer le robinet d'alimentation. Si le niveau vient à baisser, au contraire, la pierre plongeant moins, pèse davantage, et le levier bascule alors de haut en bas, ce qui indique au chauffeur d'activer l'alimentation.

L'appareil du flotteur repose sur ce principe physique que tout corps plongé dans l'eau y perd une partie de son poids égale au poids du volume d'eau déplacée.

Connaissant le poids P de la pierre, p le poids du volume d'eau qu'elle déplace, et la longueur des bras a, b du balancier, on détermine le poids capable d'équilibrer

le flotteur par la règle suivante : *Retranchez du poids réel de la pierre le poids du volume d'eau qu'elle déplace, multipliez la différence par le bras de levier de la pierre, et divisez par le bras de levier du contrepoids; le quotient exprimera le poids de ce dernier.*

Supposons $P = 10^k$, $p = 3^k$, $a = 6$ centimètres et $b = 7$ centimètres, quel est le contre-poids qui équilibrera le flotteur

$$p' = \frac{(10 - 3) \times 6}{7} = 6 \text{ kilogr.}$$

Dans les locomotives, le niveau de l'eau dans la chaudière est donné directement par un tube en verre de 10 à 12 millimètres de diamètre et de forte épaisseur, adapté verticalement à deux tubulures recourbées et fixées sur la chaudière (fig. 111).

L'explosion des chaudières provient le plus souvent du peu de soin et d'attention du chauffeur; car si le niveau de l'eau vient à abaisser assez sensiblement dans la chaudière, la flamme enveloppe la paroi nue qui rougit bientôt; si dans ce moment on alimente vivement, l'eau se réduit subitement en vapeur, et celle-ci acquiert une tension très-puissante dont l'élasticité cause la rupture de la chaudière. On ne saurait donc trop veiller à l'indication du flotteur et à sa bonne fonction.

D'après la nouvelle ordonnance, la hauteur du niveau d'eau dans les chaudières doit être indiquée par un flotteur à sifflet.

On vient même d'établir récemment un sifflet d'alarme pour indiquer le niveau maximum et le niveau minimum de l'eau dans les générateurs fixes.

Manomètre. — Le manomètre sert, dans les machi-

chines à vapeur à moyenne et à haute pression, à mesurer la tension de la vapeur dans l'intérieur de la chaudière. On se servait anciennement d'un manomètre à air comprimé dont voici la construction : on prend un tube de verre parfaitement cylindrique et bien sec, d'un diamètre de 8 à 9 millimètres et de 35 centimètres de long, fermé à la partie supérieure. On fait plonger ce tube, par sa partie inférieure échancrée, dans un réservoir contenant du mercure, lequel, pendant la marche de la machine, est mis en communication à l'aide d'un tube à robinet avec la chaudière. Un plateau garni de mastic et d'étoupes ajuste hermétiquement le tube sur le réservoir pour éviter toute espèce de fuite.

La graduation de ce manomètre est fondée sur la compression d'un certain volume d'air renfermée dans le tube de verre et soumis à la loi de détente dite de Mariotte. Quand l'eau entre en ébullition dans la chaudière, la vapeur qui acquiert la tension d'une atmosphère fait équilibre à la pression de l'air qui pèse sur elle, et si dans ce moment on ouvre le robinet du manomètre, il y aura la pression de la vapeur qui, en pressant sur le mercure du réservoir, tendra à le faire monter dans le tube de verre ; mais il y a, en sens contraire de la vapeur, la pression de l'air sec qui est renfermé à l'intérieur de ce tube : alors le mercure ne peut s'élever dans le tube, son niveau est à un point que l'on indique par le chiffre 0. Lorsque la vapeur acquiert une tension plus forte et qu'elle arrive à deux atmosphères, d'après la loi de Mariotte, la pression doublant, le volume d'air diminue de moitié, et le niveau du mercure s'élève à moitié du tube, ce que l'on indi-

que par le chiffre 1. Pour une tension de vapeur de 3 atmosphères, la pression de la vapeur a triplé, et le volume d'air étant, par la raison contraire, diminué de 3 fois son volume primitif, n'occupe plus que le tiers de la partie supérieure du tube, et on marque par un 2 le nouveau niveau du mercure, et ainsi de suite.

C'est sur ce principe que repose le tracé géométrique (fig. 112) du manomètre à air comprimé.

A D est la hauteur du tube; par les points inférieur et supérieur on trace les horizontales A B et D C, on porte une fois la demi-longueur du tube de D en C, et autant de fois de A en B que l'on désire avoir d'atmosphères indiquées sur le tube. En joignant le point C à tous les points de division pris sur A B, les points de rencontre de ces lignes, etc., avec la ligne A D, déterminent les pressions données en atmosphères par les divers niveaux de mercure. Ainsi, la division 1 marque une tension de 1 atmosphère au-dessus de celle de l'air, la division 2 marque 2 atmosphères, etc. Pour obtenir des indications de demi-atmosphères, il faudrait joindre le point C à tous les milieux des divisions de la ligne A B; et les indications par quart d'atmosphère s'obtiendraient en joignant le point C au quart de chacune des divisions prises sur la même ligne A B.

Mais l'usage du manomètre à air libre, c'est-à-dire dont le tube est ouvert à la partie supérieure, est exigé pour les chaudières des machines à vapeur au-dessous de quatre atmosphères. Ce manomètre doit être fixé directement à la chaudière.

On emploie également le manomètre métallique, dit *aréonide de Bourdon;* il consiste en un tube creux, de

forme lenticulaire, et roulé en spirale; une extrémité de ce tube est mise en communication avec la chaudière à vapeur; l'autre extrémité communique avec l'aiguille d'un cadran; par les variations de pressions de la vapeur, le tube se gonfle ou s'aplatit; sa courbure change et fait tourner l'aiguille pour indiquer sur le cadran les pressions de tous degrés.

GRILLES, CARNEAUX, CHEMINÉE, CENDRIER. — Le foyer des chaudières est alimenté par une couche de houille que l'on étend aussi régulièrement que possible sur une grille placée au-dessus d'un cendrier; le vide entre chaque barreau de la grille sert de passage à l'air pour activer la combustion.

Dans les machines à basse pression, on donne à la grille du fourneau une surface de 7 à 8 décimètres carrés par force de cheval. La section transversale des carneaux ou conduits de la flamme est environ le quart de la surface totale de la grille. Le vide des barreaux est, suivant la qualité plus ou moins menue de la houille, le quart ou le tiers de la surface totale de la grille.

La hauteur des cheminées varie de 20 à 35 mètres; la section au sommet, dans le cas d'une hauteur qui ne dépasse pas 20 mètres, doit être environ le cinquième de la surface de la grille; et pour une hauteur plus élevée, on lui donne une section égale au sixième environ de cette même surface.

La profondeur du cendrier est limitée par la longueur de la grille; souvent il se prolonge sous forme de voûte sur toute la longueur du fourneau pour activer le tirage.

D'après ces données, le fourneau d'une chaudière à

basse pression de 15 chevaux porterait les dimensions suivantes :

La surface de la grille $= 0^{m.q.}08 \times 15 = 1^{m.q.}20$,

et $\sqrt[2]{1,20} = 1^{m}09$ de côté.

La section de chaque carneau $= \frac{1^{m.q.}20}{4} = 0^{m.q.}30$,

et $\sqrt[2]{0,30} = 0^{m}55$ de côté.

Pour une hauteur de 20 mètres, la section intérieure de la cheminée $= \frac{1^{m.q.}20}{5} = 0^{m.q.}24$, et $\sqrt[2]{0,24} = 0^{m}50$ de côté environ.

Un mètre carré de surface directe ou rayonnante évapore 40 à 45 kilog. de liquide à l'heure ; mais dans un générateur on estime moyennement à 20 ou 25 kilog. l'évaporation par heure et par mètre carré.

Dans la pratique, on estime que 1 mètre carré de surface totale de la grille brûle 40 à 50 kilog. de houille par heure. Ainsi, une chaudière qui aurait besoin de produire 280 kilog. de vapeur par heure, dépenserait pour cette production 43 kilog. de houille, en admettant qu'un kilog. de houille produise 6 kilog. 50 de vapeur ; alors le fourneau de cette chaudière devrait avoir 1 mèt., carré de surface de grille.

Il est préférable, pour bien diviser l'air, d'employer des barreaux en fonte, minces de 20 millim. d'épaisseur à la surface, et de 10 millim. à la base, avec nervures, pour ne laisser entre chaque barreau que 8 milim. environ de vide.

Proposons-nous de déterminer les dimensions d'un fourneau de chaudière à vapeur et de sa cheminée, pour une machine de 8 chevaux par exemple, du système à

haute pression, à détente, et dépensant au maximum 5 kilogrammes de houille par cheval et par heure, en admettant une surface de chauffe de $1^{m.q.}52$ par cheval-vapeur.

Pour 8 chevaux la surface devra être de :

$$1^{m.q.}52 \times 8 = 12^{m.q.}16.$$

Chaque mètre carré de surface de chauffe produisant moyennement 20 kilogrammes de vapeur, on a :

$$12^{m.q.}16 \times 20 = 243^{kil.}20 \text{ de vapeur.}$$

Comme 6 kilog. de vapeur sont produits moyennement par 1 kilog. de houille, $\frac{243,20}{6} = 40,5$ kilog., qui représenteront la dépense de houille pendant une heure.

La surface de la grille correspondant à cette consommation, si on admet que chaque décimètre carré doit brûler $1^{k}2$ par heure, sera : $\frac{40,5}{1,2} = 33$ décimètres carrés, en supposant un quart de la surface libre pour le passage de l'air.

Il ne nous reste plus qu'à déterminer la surface de la cheminée. Nous ferons remarquer à cet effet qu'il faut $18^{m.c.}$ d'air pour la consommation de 1 kilog. de houille; par conséquent pour 40,5 kilog., il en faudra :

$$40,5 \times 18 = 729 \text{ mètres cubes.}$$

Cet air, après avoir traversé le foyer, cédera une partie de son oxigène, qui sera en partie remplacé par de l'acide carbonique et de la vapeur d'eau.

Si ces gaz s'échappent par la cheminée à la tempéra-

ture moyenne de 300°, le volume qui, d'après M. Péclet, est de $38^{m.c.}$ 54 par kilog. de houille, sera :

$$40,5 \times 38,54 = 1560 \text{ mètres cubes par heure.}$$

Si on divise ce résultat par 1560, on aura le volume qui devra s'écouler par seconde.

On a donc : $$\frac{1650}{1560} = 0^{m.c.}\ 4333.$$

Si nous supposons, comme c'est le cas le plus ordinaire pour une chaudière d'une telle force, que la cheminée ait 22 mètres de hauteur, l'air froid à 15°, l'écoulement des gaz par la cheminée est donné par l'équation : $V = \sqrt{2g\text{H}a\ (t' - t)}$.

Dans le cas qui nous occupe, $\text{H} = 22^{m}$, a est la quantité constante 0,00365, $t' = 300°$, $t = 15°$ et $2\,g = 19,62$.

En substituant à ces lettres leur valeur numérique, on a :

$$V = \sqrt{19,62 \times 22 \times 0,00365 \times (300 - 15)} = 21.$$

Ce qui veut dire que le gaz s'échapperait de la cheminée avec une vitesse de 21 mètres par seconde, s'il n'éprouvait aucune résistance le long des parois des carneaux et de la cheminée; mais la vitesse réelle n'est que les 70/100 de ce nombre, ou $21 \times 0,70 = 14^{m}7$.

Si nous divisons le volume du gaz qui s'échappe de la cheminée en une seconde par la vitesse que nous venons de trouver, nous aurons la surface de la section de la cheminée à la partie supérieure; ce qui sera représenté par :

$$\frac{0^{m.c.}\,0,4333}{14,70} = 2,9 \text{ décimètres carrés.}$$

Ainsi, la cheminée étant supposée carrée, aurait pour section à sa partie supérieure un carré de moins de deux décimètres de côté; mais il faut observer que ce n'est là qu'une dimension minimum, il sera bon de lui donner plus de section : ainsi, on pourrait la faire de 25 centimètres de côté, et même de 30 à 35 centimètres, si on prévoit que la force de la chaudière sera susceptible d'augmenter, comme cela arrive assez souvent dans bien des fabrications; mais il faut toujours avoir le soin de placer à la naissance de la cheminée un registre qui permette d'en régler le tirage, en variant l'ouverture de sortie suivant les besoins de l'usine.

Tuyau et orifices de vapeur. — La communication de la vapeur contenue dans la chaudière avec le cylindre à vapeur, a lieu par un tuyau dont le diamètre, pour les machines à basse pression, est le cinquième du diamètre du cylindre à vapeur. Cette dimension est aussi celle des orifices d'introduction que recouvre le tiroir de distribution : ainsi, la section du tuyau et des orifices égale le vingt-cinquième de celle du cylindre. La forme des orifices que recouvre le tiroir est celle d'un rectangle dont la plus petite dimension est le tiers ou le quart de la plus grande.

Règlement concernant les chaudières a vapeur. (*Décret du 25 janvier 1865.*) — Tout générateur à vapeur doit être soumis comme épreuve au double de la pression effective de la vapeur toutes les fois que celle-ci est comprise entre demi-kilog. et 6 kilog. par centimètre carré.

Ainsi une chaudière pour être timbrée à 6 atmosphères devra préalablement être essayée à la pression de $(6-1) \times 2 = 10$ atmosphères.

Les chaudières se divisent en trois catégories basées sur la capacité du générateur et sur la tension de la vapeur.

On exprime en mètres cubes la capacité de la chaudière avec ses tubes, bouilleurs ou réchauffeurs, on multiplie ce nombre par le numéro du timbre augmenté d'une unité.

Ainsi le volume d'une chaudière timbrée à 4 atmosphères étant par exemple de 5 mètres cubes, on aura

$$(4 + 1) \times 5 = 25.$$

Les chaudières sont de la 1re catégorie quand le produit dépasse 15. La 2e catégorie est comprise entre le produit 5 et 15, et la 3e catégorie concerne les chaudières dont le produit est au-dessous de 5.

Machines fixes. — Une chaudière de 1re catégorie ne peut être établie dans une maison d'habitation, c'est-à-dire où des étages sont superposés à l'atelier de la machine; elle doit être distante de plus de trois mètres d'une maison d'habitation appartenant à des tiers ou de la voie publique.

Au-delà de 10 mètres, aucune condition n'est imposée à l'établissement de la chaudière de 1re catégorie ; enfin les distances de 3 mètres et de 10 mètres sont réduites à 1m,50 et à 5 mètres lorsque la chaudière est enterrée de façon que sa partie supérieure se trouve 1 mètre au moins en contre-bas du sol du côté de la maison voisine.

Le nouveau règlement ne prescrit un mur de défense que dans certains cas où la sûreté du voisinage est plus spécialement intéressée.

Les chaudières de 2e catégorie peuvent être installées dans l'intérieur de tout atelier et sans aucune condition de mur de défense, pourvu que l'atelier ne fasse pa

partie d'une maison habitée par d'autres que le manufacturier, sa famille, ses employés, ouvriers ou serviteurs.

Les chaudières de 3e catégorie peuvent être établies dans un atelier quelconque, même faisant partie d'une maison habitée par des tiers.

Les fourneaux des chaudières de 2e et 3e catégorie sont entièrement séparés des maisons d'habitation appartenant à des tiers, l'espace vide est de 1 mètre pour les chaudières de la 2e catégorie et de 0m,50 pour la 3e catégorie.

La déclaration adressée au préfet comprend : 1° le nom et le domicile du vendeur des chaudières ou leur origine ; 2° le lieu précis où elles sont établies ; 3° leur forme, leur capacité et leur surface de chauffe ; 4° le numéro du timbre exprimant en kilogrammes par centimètre carré la pression effective maximum sous laquelle elles doivent fonctionner ; 5° enfin le genre d'industrie et l'usage auxquels elles sont destinées.

Les machines à vapeur, cylindres et accessoires ne sont plus considérés comme établissements insalubres et sont dispensés de l'autorisation préalable ; il suffit de les mentionner dans la déclaration au préfet (§ 5).

Locomobiles. — Les chaudières des locomotives et des locomobiles destinées à circuler ou à fonctionner sur un point donné sont soumises aux mêmes épreuves et formalités que les générateurs à demeure.

CHAPITRE IX

MACHINES A VAPEUR

L'action de la vapeur, dans la plupart des machines en activité, consiste à presser alternativement sur les faces du piston pour lui donner une impulsion rectiligne de va-et-vient, soit verticale, horizontale ou inclinée, qui se transforme, dans les machines à balancier comme dans celles à directrice, en un mouvement circulaire continu de l'axe principal de l'établissement.

On a fait des essais et on tente encore de faire agir la vapeur sur un piston doué d'un mouvement circulaire, ou de manière à produire la rotation du cylindre; cette communication directe, qui supprimerait toute transmission intermédiaire, constitue la classe des machines dites rotatives.

Toutes les machines à vapeur employées sont à double effet (excepté celles destinées aux travaux d'épuisement des mines qui sont à simple effet, c'est-à-dire dans lesquelles la vapeur n'agit que sur une des faces du piston pour le soulever); on peut les classer dans l'ordre suivant :

1° Machines de Watt à basse pression, à condensation, sans détente, à un seul cylindre;

2° Machines de Woolf à moyenne pression, avec condensation, à détente, à 2 cylindres;

3° Machines à haute pression, avec détente, mais sans condensation, à un seul cylindre;

4° Machines à haute pression, sans détente ni condensation, à un seul cylindre.

MACHINES A BASSE PRESSION. — L'emploi de ces machines est dû principalement à la régularité de leur marche et à la facilité de leur entretien. Elles sont surtout employées dans les localités où l'on peut avoir de l'eau en assez grande quantité; car la vapeur, à la sortie du cylindre, est mise en contact avec une certaine quantité d'eau froide, pour obtenir un mélange liquide qui ne possède qu'une température de 10 degrés environ. Cette transformation de la vapeur que l'on appelle condensation, est importante, comme on le verra plus loin, pour faciliter la marche de la machine. La consommation de combustible de ces machines est moyennement, par force de cheval et par heure, de 5 à 6^{k}, et elles exigent, pendant le même temps et pour la même force, une dépense d'eau d'environ $0^{m.c.}940$, pour la condensation et la production de vapeur. La vapeur est généralement produite dans la chaudière à une température de 105°; sa tension est alors de $1^{atm.}18$, et équivaut à $1^{k}20$ par cent. carré. La faible pression de la vapeur dans la chaudière rend plus rares les chances d'explosion: ce système est généralement employé dans les bateaux à vapeur. Il y a même des machines de bateaux dites à sous-basse pression, c'est-à-dire où la vapeur possède une température au-dessous de 100°.

MACHINES A MOYENNE PRESSION DE WOOLF. — Ces machines sont à deux cylindres de différents diamètres, mais d'égale hauteur; la vapeur agit avec toute la ten-

sion de la chaudière dans le plus petit cylindre; puis elle passe dans le grand cylindre où elle occupe un volume plus grand sans changer de température ; c'est ce que l'on appelle détente de la vapeur. La consommation en combustible est de 2k5 à 3k5 moyennement par heure et par force de cheval, et la dépense d'eau est, pendant le même temps et par cheval, de 0m.c.300 ou 300 litres environ. L'avantage que ces machines présentent sur celles de Watt consiste dans le peu de combustible qu'elles nécessitent; mais ces machines ont une tendance, par leur construction compliquée, à se déranger souvent, et à exiger par suite bien des soins.

Machines a haute pression, a détente, dans un seul cylindre et sans condensation. — Dans ces machines, qui sont généralement employées dans les ateliers et filatures, la vapeur n'agit en plein que pendant une partie de la course du piston; elle se détend pendant l'autre partie de la course. Elles ne dépensent que l'eau nécessaire à la consommation de vapeur, et la vapeur, en sortant du cylindre, se répand dans l'air. Leur consommation en combustible est moyennement de 4 à 5 kilog. par force de cheval et par heure.

Machines a haute pression sans détente ni condensation. — Ces machines se distinguent par la simplicité de leur construction et le peu de place qu'elles nécessitent : elles sont principalement en usage pour les locomotives; car elles ne nécessitent pour le transport que la quantité d'eau nécessaire à l'alimentation; leur consommation en combustible est de 6 à 7 kilog. par heure et par force de cheval, car la vapeur agit à pleine pression pendant toute la course du

piston. La vapeur, à la sortie des cylindres, se répand dans l'air atmosphérique, ce qui produit, en sens contraire de la puissance de la vapeur, une résistance de 1 atmosphère. Ainsi, quand on estime 6 atmosphères de tension dans la chaudière, il ne faut compter que sur 5 atmosphères comme puissance réelle ou effective dans le cylindre.

CONDENSATION DE LA VAPEUR. — La vapeur se condense quand on la met en contact avec de l'eau froide. Dans cette transformation, l'eau s'échauffe sensiblement aux dépens de la vapeur, et le mélange liquide prend une température moyenne.

Dans les machines à condensation, la vapeur, à la sortie du cylindre, est mise en contact avec une certaine quantité d'eau, et forme un mélange qui conserve une température de 40 degrés centigrades et à volonté au-dessous. Par cet abaissement de la température de la vapeur à la sortie du cylindre, le piston éprouve, en sens contraire de sa marche, une résistance bien moindre que lorsque la vapeur se rend immédiatement dans l'air; car, au lieu d'une atmosphère de pression ou $1^{k}033$ par centimètre carré qu'il faudrait retrancher de la pression de la vapeur sur le piston, ce n'est plus qu'une résistance de $0^{k}15$ environ par centimètre carré.

Étant donné : 1° le poids de la vapeur à condenser, 2° sa température, 3° la température de l'eau froide, 4° la température que doit avoir le mélange condensé, on détermine la quantité d'eau nécessaire à la condensation par la règle suivante :

Multipliez le poids de la vapeur par le nombre 550, au-

quel a été ajoutée la différence entre la température de la vapeur et celle du mélange, divisez ce produit par la différence entre la température du mélange et celle de l'eau; le quotient donne le poids d'eau à employer.

Ex. : Le poids de la vapeur = 15 k., sa température = 150°, la température de l'eau froide = 12°, le mélange doit avoir une température de 40°, quel est le poids de l'eau nécessaire à la condensation désignée?

$$P = \frac{15 \times (550 + 150 - 40)}{40 - 12} = 353^{kil.}55.$$

CALCULS RELATIFS A L'EFFET UTILE ET AUX PRINCIPALES DIMENSIONS DES MACHINES A VAPEUR. — MACHINES A BASSE PRESSION. — Le travail d'une machine à vapeur, comme celui de tout moteur, se mesure par la pression qu'elle exerce sur le piston multipliant l'espace parcouru ou la vitesse du piston par seconde.

Ainsi, dans une machine à vapeur, il faut chercher la pression réelle exercée par la vapeur sur toute la surface du piston, et la multiplier par la vitesse du piston; le produit exprimera le travail théorique de la machine. Et comme en pratique une machine en très-bon état d'entretien ne rend moyennement que 0,50 à 0,55 de l'effet moteur, le produit théorique devra être multiplié par le coefffcient 0,50 pour les machines au-dessous de 12 chevaux, et par 0,55 pour les machines plus fortes; en divisant ce dernier produit par 75, on aura la force effective en chevaux.

Ex. : Quel est l'effet utile d'une machine à vapeur à basse pression dans les conditions suivantes :

La vapeur est à la tension de 105°, ce qui, d'après le tableau page 233, correspond à une pression de 1^k218 par centimètre carré. Le diamètre du piston = 0^m35, la course du piston est $0^{m\cdot}92$, il bat 31 coups doubles par minute ?

$$\text{Sa vitesse par seconde} = \frac{0^{m\cdot}92 \times 2 \times 31}{60} = 0^m95.$$

La surface du piston = $0{,}785 \times (35)^2 = 960$ cent. carrés.

La tension de la vapeur sur chaque centimètre carré = 1^k218, mais il faut retrancher de cette pression la résistance que la vapeur condensée à la sortie du cylindre oppose à la marche du piston ; or, la résistance que présente le mélange condensé à 40 degrés est de 0^k15 par centimètre carré ; la pression effective de la vapeur n'est donc que $1^k218 - 0{,}15 = 1^k068$ par centimètre carré ; et sur toute la surface du piston la pression effective de la vapeur est de $960 \times 1{,}068 = 1025^k28$. Cette pression, multipliée par la vitesse du piston, donne $1025^k28 \times 0^m95 = 974^{kgm\cdot}$ pour le travail théorique de la vapeur, et $974^{kgm\cdot} \times 0{,}50 = 487^{kgm\cdot}$ d'effet utile ; puis, $\frac{487}{75} = 6^{ch.v\cdot}49$, force effective de la machine en chevaux-vapeur.

Il y a avantage, lorsque le système est à haute pression, de marcher à la plus haute pression, la vapeur se condense moins, conserve mieux sa tension et il y a économie de charbon.

(1) 60 exprime le nombre de secondes dans une minute.

(2) 75 exprime la force d'un cheval-vapeur qui équivaut, par convention, à 75 kilogrammes.

TABLE

DES DIAMÈTRES ET DES VITESSES DES PISTONS DANS LES MACHINES A BASSE PRESSION ET A CONDENSATION.

FORCE en chevaux.	DIAMÈTRE du piston en centimèt.	SURFACE du piston par cheval, en centimèt. carrés.	PRESSION effective sur le piston par centimèt. carré.	COURSE du piston en centimèt.	NOMBRE DE COUPS doubles par minute.	VITESSE du piston par seconde, en mètres.	POIDS de vapeur dépensée par cheval et par heure.
	cent.	cent. car.	kil.	cent.		mètres.	kil.
1	15,2	181	0,49	51,0	50	0,850	38,84
2	21,3	178	0,49	60,9	42	0,863	38.77
4	29,5	171	0,49	76,1	34	0,900	38,77
6	35,3	163	0,49	91,4	31	0,944	38.72
8	40,4	160	0,49	106,7	27	0,960	38,72
10	45,0	159	0,49	121,9	24	0,975	38,64
12	49,0	157	0,49	121,9	24	0,975	38,64
16	55,3	150	0,50	137,1	22	1,005	37,80
20	61,0	146	0,51	152,3	20	1,015	37,38
24	66,3	144	0,52	169,5	18	1,016	36,88
30	72,6	137	0,53	182,8	17	1,036	36,04
36	79,0	136	0,53	182,8	17	1,036	35,90
40	82,5	134	0,53	198,7	16	1,060	35,70
45	87,2	133	0,53	198,7	16	1,060	35,50
50	91,4	132	0.54	213,3	15	1,066	35,32
60	99,6	130	0,54	228,5	14	1,066	34,94
70	107,3	129	0,55	243,8	13	1,057	34,36
80	114,3	129	0,56	243,8	13	1,057	34,31
90	120,8	126	0,57	259,0	12	1,036	33,01
100	127,0	126	0,58	259,0	12	1,036	32,97

DIAMÈTRE DES PISTONS. — Cette table permet de déterminer au premier coup d'œil le diamètre à donner au piston d'une machine à vapeur à basse pression, quand on connaît la force en chevaux; elle fait remarquer aussi que la vitesse du piston est, pour les machines au-dessous de douze chevaux, de moins d'un mètre par seconde, et que cette vitesse dépasse un mètre pour les machines plus fortes. La vitesse moyenne de régime de tous les systèmes de machines à vapeur

est généralement de 1 mètre par seconde. Les dépenses de vapeur ont été calculées dans cette table en multipliant la surface totale du piston par sa vitesse dans une minute.

Si on avait à déterminer le diamètre d'une machine à basse pression, de 55 chevaux de force par exemple, qui ne se trouve pas dans la table, on examinerait dans la troisième colonne le nombre moyen qui représente la surface du piston par cheval entre 50 et 60; ce nombre est 131; on multiplierait 131 par le nombre de chevaux 55, ce qui donnerait 7205 centimètres carrés pour la surface totale du piston; puis on diviserait 7205 par 0,7854, dont le quotient $9173^{c.q.}6$ exprimerait le carré du diamètre, et $\sqrt{9173,6}$ ou $95^{c}8$ indiquerait le diamètre extérieur du piston ou le diamètre intérieur du cylindre à vapeur.

ÉPAISSEUR DES CYLINDRES A VAPEUR. — Règle : *Multipliez le quadruple de la force élastique de la vapeur en kilog. sur 1 centimètre circulaire par le diamètre exprimé en centimètres, et divisez par 420; puis multipliez ce résultat par le diamètre, et divisez par le diamètre moins 5,5, ensuite ajoutez 1 centimètre pour l'usure :* (Tredgold.)

1er *Exemple :* Quelle est l'épaisseur à donner à un cylindre en fonte de 50 centimètres de diamètre, la tension de la vapeur à basse pression étant de $1^{k}218$ par centimètre carré ou $1^{k}218 \times 0,785 = 0^{k}95$ par centimètre circulaire?

$$\frac{4 \times 0^{k}95 \times 50}{420} = 0,45, \text{ et } \frac{0,45 \times 50}{50 - 5,5} = 0,50,$$

puis $0^{c}50 + 1 = 1^{c}5$, épaisseur du cylindre.

2e *Ex.* : Quelle serait l'épaisseur du même cylindre en supposant que la tension de la vapeur soit de 5 atmosphères ou de $5^{k}165$ par centimètre carré, ou $5{,}165 \times 0{,}785$ par centimètre circulaire : soit $4^{k}05$, on a : $\frac{4 \times 4^{k}05 \times 50}{420} = 1{,}92$, et $\frac{1{,}92 \times 50}{50 - 5{,}5} = 2^{c}15$, puis $2^{c}15 + 1 = 3^{c}15$, épaisseur du cylindre en fonte.

L'action de la vapeur sur le piston se transmet d'ordinaire par la tige de ce dernier à l'extrémité d'un balancier qui, pivotant à son centre, se lie par l'extrémité opposée à la partie supérieure d'une longue tringle ou bielle; la partie inférieure de celle-ci vient se fixer à une manivelle montée sur l'arbre principal; cette transmission a pour objet de convertir le mouvement rectiligne alternatif du piston en un mouvement circulaire ou rotatif de l'arbre principal de l'usine.

TIGES DES PISTONS A VAPEUR. — Règle : *Multipliez la surface du piston en centimètres carrés par la pression de la vapeur en kilog. sur chaque centimètre carré, divisez le produit par* 100; *la racine carrée du quotient exprimera le diamètre de la tige en fer forgé du piston.*

Ex. : Quel est le diamètre à donner à la tige en fer forgé d'un piston à vapeur dont le cylindre a 40 centimètres de diamètre, la tension de la vapeur dans le cylindre étant de 4 atmosphères ou $4^{k}132$ par centimètre carré?

La surface du piston ou $1256^{c.q.}64 \times \frac{4{,}132}{100} = 51^{c.q.}92$ et $\sqrt{51{,}92} = 7^{c}2$ pour diamètre de la tige en fer forgé.

Quand on fait en acier les tiges de piston, leur diamètre ne doit être que les 0,6 du diamètre en fer forgé.

Ainsi, dans les conditions précédentes, la tige en acier

du piston porterait un diamètre de $7{,}2 \times 0{,}6 = 4^c 3$ ou 43 millimètres.

Course des pistons. — La course d'un piston à vapeur est déterminée par le double du rayon de la manivelle ou par le diamètre de la manivelle. Suivant la force de la machine, la longueur de la manivelle de centre en centre est donnée par la cinquième colonne de la table page 227, il suffit de diviser la course par 2; ainsi le rayon d'une manivelle de soixante-dix chevaux serait $\frac{243^c 8}{2}$ ou $121^c 9$.

Balancier. — D'après Tredgold, la distance des articulations extrêmes du balancier $= 3^{fois} 08$ la course du piston. La hauteur verticale au milieu du balancier est égale au diamètre du cylindre à vapeur multiplié par 0,86 quand le balancier est en fonte, et son épaisseur est égale au seizième de cette hauteur.

En appliquant ces données à un balancier d'une machine à basse pression de soixante-dix chevaux, la distance des centres des articulations extrêmes porterait $3{,}08 \times 2{,}438 = 7^m 50$. Le diamètre du cylindre à vapeur égale, d'après la table, page 267, $107^c 3$, la hauteur verticale au milieu du balancier aurait $107^c 3 \times 0{,}86 = 92^c 2$, et son épaisseur porterait $\frac{92{,}2}{16} = 5^c 7$ ou 57 millimètres.

Bielle. — Sa longueur est généralement comprise entre cinq et six fois celle de la manivelle; sa section transversale au milieu est le vingt-huitième de celle du piston à vapeur, et sa section aux extrémités est environ le trente-cinquième de celle du piston.

Pompe de puits, pompe alimentaire, pompe a

AIR. — On distingue dans une machine à vapeur à condensation trois espèces de pompes : 1° la pompe de puits ou à eau froide, qui aspire l'eau d'un puisard pour la déverser dans la bâche du condenseur ; 2° la pompe alimentaire, qui puise l'eau de condensation dans une bâche en communication avec le condenseur, pour remplacer dans la chaudière celle qui est convertie en vapeur ; 3° la pompe à air ou condenseur, qui enlève à chaque coup de piston le mélange de vapeur et d'eau. Ces trois pompes ont leurs tiges fixées au balancier.

POMPE A AIR OU CONDENSEUR. — La course du piston de la pompe à air dans les machines à vapeur à basse pression et à double effet est ordinairement égale à la moitié de la course du piston à vapeur ; à cet effet, sa tige se lie à articulation au milieu du demi-balancier. Le diamètre du piston est égal aux deux tiers du diamètre du cylindre à vapeur ; par suite, la surface du piston est moitié de celle du cylindre. Comme le piston de cette pompe n'épuise qu'en montant, le volume qu'il engendre est le huitième ou au moins le neuvième du volume engendré par un coup double du piston à vapeur. La section du passage de la soupape de communication entre le condenseur et cette pompe à air est égale au quart de la surface de son piston, et par suite au neuvième de celle du piston à vapeur. Enfin, la quantité d'eau froide à injecter, quand cette eau est à 12° et que le mélange de vapeur et d'eau est à 40° comme d'ordinaire, est égale à 24 fois le poids de vapeur dépensée par le cylindre. Cette quantité d'eau varie toutefois suivant la température du mélange.

POMPE A EAU FROIDE. — Cette pompe, qui amène

l'eau du puits dans la bâche du condenseur, doit avoir un volume égal au vingt-quatrième ou au dix-huitième de celui du cylindre à vapeur; sa course est moitié de celle du cylindre à vapeur.

Pompe alimentaire. — Cette pompe, qui prend une partie de l'eau condensée pour alimenter la chaudière à vapeur, doit avoir une capacité égale à la 230e ou 240e partie au moins du cylindre à vapeur.

Il est prudent d'en appliquer deux, dont une de rechange en cas d'accident. La capacité de cette pompe doit être double du volume de vapeur vaporisée.

Machines a haute pression sans détente ni condensation. — Dans ces machines, où la vapeur se rend dans l'air à la sortie du cylindre, il y a une atmosphère perdue pour équilibrer la résistance de l'air, et on calcule l'effet utile de ces machines par la règle suivante :

Multipliez la surface en centimètres carrés du piston, par la pression sur un centimètre carré déterminée par le nombre d'atmosphères moins 1 de la vapeur, et par la vitesse du piston dans une seconde : divisez ce produit par 75, vous aurez la force théorique de la machine en chevaux; puis multipliez ce résultat par 0,45 ou 0,50, selon qu'il s'agit d'une machine au-dessous de douze chevaux ou au-dessus, vous aurez l'effet utile ou réel de la machine.

Ex. : Quel est, par le calcul, l'effet utile d'une machine à vapeur à haute pression sans détente ni condensation, dont le piston a un diamètre de 50 centimètres, avec une vitesse de 1m 45, la pression de la vapeur étant à 5 atmosphères dans le cylindre, c'est-à-dire produisant

une pression effective de 4 atmosphères, ou $4^{k}132$ par centimètre carré du piston ?

$$0,50 \times \frac{0,785 \times (50)^2 \times 4^{k}132 \times 1^{m}45}{75} = 78,38 \text{ chev.-vap.}$$

Lorsque l'on veut établir une machine à vapeur d'un système et d'une force déterminés, le premier problème à résoudre consiste à chercher les dimensions du cylindre ; et si la vitesse du piston est donnée, il ne reste plus qu'à trouver le diamètre ; on détermine le diamètre des cylindres ou pistons des machines à haute pression sans détente ni condensation par la règle suivante :

Effectuez le produit de la force en chevaux par 75, *et divisez par le coefficient* 0,39 (1), *multipliant la vitesse du piston et la pression due au nombre d'atmosphères moins* 1, *la racine carrée du quotient exprimera le diamètre intérieur du cylindre à vapeur.*

Ex. : Quel est le diamètre à donner à une machine à vapeur pour produire une force de $78^{ch.-v.}38$, avec une vitesse de piston égale à $1^{m}45$, et une pression effective de 4 atmosphères ?

$$D = \sqrt{\frac{78,38 \times 75}{0,39 \times 1,45 \times 4^{k}132}} = 50 \text{ centim.}$$

La même règle est applicable pour déterminer le diamètre du piston des machines à vapeur à haute pression et à condensation ; seulement, au lieu de retrancher une atmosphère, il ne faut retrancher de la pression totale que la résistance due à la condensation, et que l'on estime égale à $0^{k}15$, au lieu de $1^{k}033$ lorsque la vapeur se rend dans l'air.

(1) 0,39 est le produit de 0,50 × 0,785.

TABLE

DES DIAMÈTRES ET VITESSES DES PISTONS DES MACHINES A VAPEUR A HAUTE PRESSION SANS DÉTENTE NI CONDENSATION A DIFFÉRENTES PRESSIONS.

FORCE des machines en chevaux.	COURSE du piston.	NOMBRE de coups doubles du piston par minute.	VITESSE du piston par seconde.	DIAMÈTRE DES PISTONS POUR DES PRESSIONS DE VAPEUR dans le cylindre, de		
				4 atmosph.	5 atmosph.	6 atmosph.
	mètres.		mètres.	centim.	centim.	centim.
1	0,40	52,50	0,70	11,3	10,0	8,76
2	0,50	45,00	0,75	15,45	13,5	11,7
4	0,60	40,00	0,80	21,0	18,0	16,0
6	0,70	36,43	0,85	24,0	21,0	18,4
8	0,80	33,75	0,90	26,7	22,7	20,0
10	0,90	31,67	0,95	28,4	24,5	22,0
12	1,00	30,00	1,00	30,0	26,0	23,0
16	1,10	28,63	1,05	32,5	29,0	25,9
20	1,20	27,50	1,10	35,0	31,2	27,8
25	1,30	26,53	1,15	37,2	34,0	30,3
30	1,40	25,71	1,20	39,4	36,0	32,0
35	1,50	25,00	1,25	41,5	38,0	33,0
40	1,60	24,32	1,30	43,5	39,3	35,0
50	1,70	23,82	1,35	48,0	43,0	38,4
60	1,80	23,33	1,40	50,9	46,0	41,0
75	1,90	22,89	1,45	55,9	50,0	44,6
100	2,00	22,50	1,50	63,5	56,0	50,0

On peut observer d'après cette table, qui peut servir de guide pour les diamètres à donner aux pistons des machines à vapeur à haute pression suivant la force en chevaux, que ces diamètres sont en raison inverse de la pression de la vapeur; ainsi, pour une machine de 12 chevaux, marchant à 4 atmosphères, le diamètre du piston est de 30 centimètres; ce diamètre descend à 26 centimètres pour une pression de 5 atmosphères dans le cylindre, et n'est plus qu'à 23 centimètres lorsque la pression est de 6 atmosphères.

Ces machines à haute pression et à pleine vapeur sont peu employées en industrie, parce qu'elles consomment une grande quantité de charbon, qui est une dépense de chaque jour, mais elles sont spécialement employées pour la locomotion, en raison de leur simplicité et du peu de volume qu'elles nécessitent. Dans ces machines à pleine pression, le diamètre du tuyau d'arrivée de vapeur est le tiers ou le quart du diamètre du piston, et l'ouverture des lumières, que recouvre le tiroir pour l'introduction au-dessus et au-dessous du piston, a une section égale au dixième ou douzième de la surface du piston; les dimensions de ces ouvertures rectangulaires sont dans le rapport de 1 : 4.

La lumière commune d'échappement présente une section double pour le libre dégagement de la vapeur.

CALCULS DE L'EFFET UTILE DES MACHINES A DÉTENTE A DEUX OU A UN SEUL CYLINDRE. — Les machines à vapeur les plus répandues dans l'industrie sont celles à moyenne pression de Woolf à détente et à condensation, et celles à haute pression à détente et sans condensation.

Les machines à détente de Woolf sont à deux cylindres, la vapeur est introduite à pleine pression d'abord dans le petit cylindre, d'où elle passe dans le grand cylindre, pour y agir par expansion; la vapeur, en passant d'un petit espace dans un plus grand sans changer de température, est dite se détendre, et sa pression décroît proportionnellement à l'espace occupé par la vapeur. L'addition d'un second cylindre présentant une plus grande complication de pièces, on adopte souvent de préférence pour la détente un seul cylindre, dans lequel

la vapeur n'est introduite à pleine pression que pendant une partie de la course du piston ; dès lors un mécanisme particulier ferme le robinet d'introduction de vapeur, et celle qui a été introduite dans le cylindre fait parcourir au piston le restant de sa course.

Quand la vapeur n'est introduite que pendant un cinquième, un quart, un tiers, une moitié de la course du piston, elle occupe un volume cinq fois, quatre fois, trois et deux fois plus grand, et la détente est dite au cinquième, au quart, au tiers et à la moitié. Certaines machines sont munies d'un mécanisme qui permet de varier cette détente suivant le plus ou moins de force dont on veut disposer ; elles sont appelées alors machines à détente variable.

L'application de la détente est une question d'économie de combustible, puisqu'on ne dépense de vapeur à chaque coup simple du piston que le cinquième, le quart, le tiers ou la moitié du cylindre ; seulement il ne faut pas pousser cette détente trop loin, car on risque d'avoir un moteur très-irrégulier, irrégularité que l'on est obligé de compenser par des volants de grande énergie.

On peut même, dans les machines à deux cylindres, lorsqu'il y a chômage de plusieurs appareils, faire déjà détendre la vapeur dans le petit cylindre en y interrompant par un tiroir spécial l'arrivée de vapeur aux deux tiers ou à la moitié de la course ; il y a ainsi détente dans le petit cylindre et détente dans le grand cylindre, ce qui permet de modifier la puissance de la machine suivant les résistances à vaincre, et d'économiser le combustible en profitant le plus possible de

l'expansion de la vapeur. Si, par exemple, la vapeur n'est admise dans le petit piston que pendant sa demi-course, et si le rapport du volume du grand cylindre au petit est comme 5 : 1, la détente sera dix fois le volume de vapeur introduit.

Le calcul relatif à l'effet utile des machines à détente avec ou sans condensation peut être fait de deux manières :

Dans la première, on se base sur le principe de la loi de Mariotte, c'est-à-dire que les volumes occupés par une même quantité de vapeur sont en raison inverse de la pression :

Exemple : Supposons une machine à vapeur à détente sans condensation dans les conditions suivantes : Le diamètre du cylindre égale 0^m^30, la course du piston = 0^m^72, le nombre de coups doubles par minute est de 40. La pression de la vapeur en arrivant dans le cylindre est de 5 atmosphères, elle n'agit en pleine pression que pendant le premier quart de la course, et la détente a lieu pendant les trois quarts de la course du piston.

Le calcul de la puissance de la machine pendant le premier quart de la course du piston s'effectue comme pour les machines à haute pression.

Ainsi, le diamètre du piston étant de 30 centimètres, sa surface sera de 0,785 × 30 × 30 = 706$^{c.q.}$5; la machine étant sans condensation, il ne faut compter que sur 4 atmosphères au lieu de 5, à cause de la résistance de l'air en sens inverse du piston, et la pression effective sur toute la surface du piston est de 4^{k}132 × 706$^{c.q.}$5 = 2919^{k}26.

Comme cette pression de la vapeur a lieu sur le piston pendant 1/4 de la course $\frac{72}{4} = 18$ centimètres, le travail théorique de la vapeur est, pour le premier quart de la course du piston, égal à $2919^{k}26 \times 0^{m}18$ ou à $525^{kgm.}46$.

Divisant le reste de la course $0^{m}72 - 0^{m}18$ ou $0^{m}54$ en un nombre pair de parties égales, en 4 par exemple, la course d'une division à l'autre sera $\frac{0^{m}54}{4} = 0^{m}135$, et, en observant que l'on obtient la pression de la vapeur détendue en multipliant la pression primitive par le rapport entre le volume primitif et le nouveau volume, on peut former le tableau suivant des espaces parcourus par le piston et des pressions correspondantes aux divers points de division :

Position du piston aux points (voir fig. 114) :

	1	2	3	4	5
Courses	$0^{m}18$	$0^{m}315$	$0^{m}450$	$0^{m}585$	$0^{m}72$

Pressions correspondantes :

$$P \text{ ou } 2919^{k},\ \frac{0,18}{0,315}P,\ \frac{0,18}{0,450}P,\ \frac{0,18}{0,585}P,\ \frac{0,18}{0,72}P,$$

En effectuant les calculs :

2919^{k} 1664^{k} 1167^{k} 898^{k} 729^{k}

Telles sont les pressions de la vapeur sur le piston correspondantes aux points de division.

Or, pour avoir le travail produit pendant la détente, il faut ajouter ensemble :

Les pressions extrêmes,	$2919^{k} + 729^{k}$	=	3648^{k}
2 fois la somme des presions impaires ou	2×1167^{k}	=	2334^{k}
4 fois la somme des pressions paires ou	$4 \times (1664 + 898)$	=	10248^{k}
	Total........	=	16230^{k}

Puis, prendre le 1/3 de cette somme multipliée par l'espace $0^{m}135$ compris entre deux divisions et le produit $\frac{16230 \times 0{,}135}{3} = 730^{kgm.}35$, travail de la vapeur pendant la détente. En ajoutant ce travail à celui produit à pleine pression pendant le premier quart de la course, la somme $525^{kgm.}46 + 730^{kgm.}35$ ou $1255^{kgm.}81$ représente la puissance théorique de la machine par coup de piston.

Pour avoir l'effet utile ou pratique exprimé en chevaux-vapeur, il faut multiplier la puissance théorique par un coefficient moyen 0,50, puis par le nombre de coups simples du piston par minute, et diviser par 4500; ainsi, la puissance effective de cette machine à détente serait : $\frac{0{,}50 \times 80 \times 1255^{kgm.}81}{4500} = 11^{ch.v.}16$ par seconde.

Ces calculs sont un peu compliqués, mais on peut obtenir le travail des machines à détente d'une manière beaucoup plus simple à l'aide de la table suivante de M. Poncelet, établie d'après le principe que, lorsqu'un volume donné de vapeur à une tension déterminée se détend d'une même quantité, il développe toujours la même quantité de travail. Cette table est formée

en prenant pour base des calculs le travail d'un mètre cube de vapeur à une atmosphère de pression sans détente sur un piston d'un mètre carré de surface.

TABLE DES QUANTITÉS DE TRAVAIL

PRODUITES SOUS DIFFÉRENTES DÉTENTES PAR UN MÈTRE CUBE DE VAPEUR A DIVERSES TENSIONS.

VOLUME après la détente.	QUANTITÉ DE TRAVAIL CORRESPONDANTE POUR DES TENSIONS DE					
	3 atmosph.	4 atmosph.	4 1/2 atmosph.	5 atmosph.	5 1/2 atmosph.	6 atmosph.
	kgm.	kgm.	kgm.	kmg.	kgm.	kgm.
1,00	31000	41333	46500	51666	56833	62000
1,25	37917	50556	56875	63195	69514	75834
1,50	43569	58092	65303	72615	79876	87438
1,75	48348	64464	72522	80580	88638	96696
2,00	52488	69984	78732	87480	96228	104976
2,25	56139	74852	83208	93565	102924	112278
2,50	59406	79208	89109	99010	108911	118812
2,75	62361	83148	93541	103935	114328	124722
3,00	65058	86744	97587	108430	119273	130116
3,25	67539	90052	101308	112565	123821	135078
3,50	69837	93116	104755	116395	128034	139674
3,75	71976	95968	107964	119960	131956	143952
4,00	73974	98632	110961	125290	135619	147948
4,50	77625	103500	116437	129375	142312	155250
5,00	80892	107856	121338	134820	148502	161784

Au moyen de cette table on détermine le travail d'une machine à vapeur sans condensation, dont on connaît le diamètre et la course du piston, la pression de la vapeur et le degré de la détente, par la règle suivante :

Multipliez la surface du piston par la partie de sa course pendant laquelle la vapeur agit en pleine pression, ce qui donne le volume de vapeur dépensée à chaque coup de

piston; multipliez ce volume par la quantité de travail correspondant dans la table au degré de détente et de pression de la vapeur dans le cylindre, moins 1 atmosphère, pour compenser la résistance qu'éprouve le piston en sens inverse de la marche de la part de l'air (1); multipliez enfin ce produit par un coefficient moyen 0,50, *et par le nombre de coups simples de piston dans une minute, puis divisez par* 4500, *le quotient exprimera l'effet utile de la machine en chevaux-vapeur.*

Prenons, par exemple, la même machine précédente, à détente, sans condensation, dont le cylindre a 30 centimètres de diamètre, et le piston une course de $0^{m}72$, avec une vitesse de 80 coups simples par minute; la vapeur ayant dans le cylindre une tension de 5 atmosphères, et n'agissant avec cette pression que pendant un quart de la course.

La surface du piston $= 0{,}785 \times 0^{m}30 \times 0^{m}30 = 0^{m.q.}07065$.

Le volume de vapeur dépensé égale $0^{m.q.}07065 \times 0{,}18 = 0^{m.c.}0127$.

La vapeur n'arrivant que pendant le quart de la course, le volume après la détente égale quatre fois le volume primitif; or, dans la table on voit que la quantité de travail pour la détente à quatre fois le volume primitif d'un mètre cube de vapeur, à quatre atmosphères, est de $98632^{kgm.}$, donc la quantité de travail qui répond à $0^{m.c.}0127 = 98632 \times 0{,}0127 = 1252^{kgm.}62$, effet théorique de la machine par coup de piston.

(1) Si la machine est à condensation, au lieu de retrancher une atmosphère de resistance qui équivaut à 1 k. 033 par centimètre carré, il ne faut déduire qu'une résistance de 0 k. 15 par centimètre carré.

L'effet utile par seconde

$$= \frac{0{,}50 \times 80 \times 1252^{\text{kgm.}}62}{4500} = 11{,}134 \text{ chevaux-vapeur.}$$

— On détermine le diamètre à donner au piston d'une machine à vapeur sans condensation, dont on connaît la course du piston, le degré de détente de la vapeur, sa pression et la force nominale en chevaux, par la règle suivante :

1° *Multipliez la force nominale en chevaux par* 4500, *et divisez ce produit par le coefficient moyen* 0,50, *et par le nombre de coups de piston simples, le quotient exprimera le travail théorique de la vapeur par coup de piston ;* 2° *divisez ce quotient par la quantité de travail d'un mètre cube de vapeur correspondant dans le tableau au degré de la détente et au nombre d'atmosphères de pression moins* 1, *vous aurez le volume de vapeur dépensé pendant chaque partie de la course du piston où la vapeur agit en pleine pression ;* 3° *divisez ce volume par cette partie de course du piston, le quotient exprimera la surface du piston ;* 4° *divisez cette surface par* 0,785 *et extrayez la racine carrée, vous aurez le diamètre du piston.*

Ex. : Quel sera le diamètre du piston d'une machine à vapeur à détente de quatre fois le volume primitif, en lui supposant une course de $0^{\text{m}}72$, et une vitesse de 80 coups simples par minute, en admettant que la vapeur ait une pression, à son entrée dans le cylindre et pendant le quart de la course, de 5 atmosphères, cette machine devant produire l'effet utile de $11^{\text{ch.v.}}134$;

$$\frac{11^{\text{ch.}}134 \times 4500}{0{,}50 \times 80} = 1252^{\text{kgm.}}62, \text{ travail théorique de la}$$

vapeur.

Ce travail $1252^{kgm.}62$, divisé par $98632^{kgm.}$, travail d'un mètre cube de vapeur pour une détente de quatre fois le volume primitif, correspondant dans la table à une pression de 5 atmosphères moins 1 ou de 4 atmosphères, donne pour quotient $0^{m.c.}0127$, le volume de vapeur dépensé à chaque coup de piston.

Ce volume divisé par le quart de la course ou $\frac{0,72}{4} = 0,18$.

Le quotient de $\frac{0,0127}{0,18} = 0^{m.q.}07065$, surface du piston,

puis, $\sqrt{\frac{0,07065}{0,785}} = 0^{m.}30$, diamètre du piston.

La marche à suivre est la même pour déterminer le diamètre du piston de toute machine à détente, quelles que soient les conditions posées.

Pour simplifier les calculs, nous donnons une table des diamètres du piston pour divers degrés de détente.

TABLE DES DIAMÈTRES

DU PISTON DANS LES MACHINES A VAPEUR A UN SEUL CYLINDRE A DOUBLE EFFET AVEC DÉTENTE VARIABLE ET SANS CONDENSATION, LA PRESSION DE LA VAPEUR ÉTANT DE CINQ ATMOSPHÈRES.

FORCE en chevaux.	COURSE du piston	NOMBRE de révolutions par minute	VITESSE du piston par seconde.	DÉTENTE			
				au 1/5 diamètre du piston.	au 1/4 diamètre du piston.	au 1/3 diamètre du piston.	à 1/2 diamètre du piston.
	centim.		centim.	centim.	centim.	centim.	centim.
1	40	52,50	70	14.6	13,7	13,0	10,9
2	50	45,00	75	19,8	18,5	17,5	15,0
4	60	40,00	80	26,8	25,1	23,8	20,0
6	70	36,43	85	32,9	30,8	29,0	24,4
8	80	33,75	90	35,1	32,8	31,0	26,0
10	90	31,67	95	37,9	35,5	33,7	28,0
12	100	30,00	100	40,0	37,5	35,6	29,7
16	110	28,63	105	44,9	42,0	39,9	33,3
20	120	27,50	110	48,4	45,3	43,0	35,9
25	130	26.53	115	52,6	49,2	46,7	39,0
30	140	25,71	120	56,0	52,4	49,7	41,6
35	150	25,00	125	58,8	55,0	52,0	43,6
40	160	24,32	130	61,0	57,0	54,0	45,2
50	170	23,82	135	66,0	64,9	58,8	49,0
60	180	23,33	140	70,9	66,3	63,0	52,7
75	190	22,89	145	77,3	72,3	68,7	57,5
100	200	22,50	150	89,8	84,0	80,0	66,4

Les règles données plus haut pour les machines à détente à un seul cylindre s'appliquent également aux machines de Woolf à deux cylindres. Dans ces dernières machines, le degré de la détente est déterminé par le rapport entre les capacités des deux cylindres, puisque la vapeur arrive en plein pendant toute la course du petit piston, puis se répand dans le grand cylindre où elle se détend. Seulement, si ces machines sont à condensation, il ne faut retrancher de la pression de la vapeur marquée au manomètre près du cylindre qu'une

résistance de $0^k 15$ par centimètre carré, produite par le mélange condensé.

TABLE DES DIMENSIONS PRINCIPALES

DES MACHINES A VAPEUR A DEUX CYLINDRES A CONDENSATION ET A DÉTENTE VARIABLE, LA PRESSION DE LA VAPEUR ARRIVANT DANS LE PETIT CYLINDRE A QUATRE ATMOSPHÈRES ET LA COURSE DES DEUX PISTONS ÉTANT ÉGALE.

FORCE EN CHEVAUX.	DIAMÈTRE DU PETIT PISTON en centimètres.	SURFACE DE CE PISTON en centimètres carrés.	DIAMÈTRE DU GRAND PISTON en centimètres.	SURFACE DE CE PISTON en centimètres carrés.	COURSE DES DEUX PISTONS en mètres.	NOMBRE DE RÉVOLUTIONS de l'arbre par minute.	VOLUME ENGENDRÉ par le petit piston à chaque course en mètres cubes.	POIDS DE VAPEUR DÉPENSÉ par l'admission complète dans le petit cylindre.
4	13,5	143	28,6	642	0,75	36	0,011	1,66
5	15,0	177	32,0	804	0,75	36	0,013	1,96
6	16,4	211	35,0	962	0,75	36	0,016	2,41
8	18,1	257	38,2	1146	0,90	33,3	0,023	3,21
10	20,0	314	42,3	1405	0,90	33,3	0,028	3,92
12	21,7	370	45,8	1647	0,90	33,3	0,033	4,61
16	24,2	460	51,8	2124	1,00	30	0,046	5,78
20	25,8	523	54,5	2333	1,10	30	0,057	7,47
30	29,8	697	63,0	3117	1,20	28,75	0,084	10,12
40	32,4	824	69,7	3707	1,30	28	0,107	12,56
50	35,5	990	75,0	4418	1,40	26,8	0,139	15,59
60	38,8	1182	82,1	5294	1,50	25	0,177	18,55
75	42,6	1425	90,0	6362	1,60	24,4	0,228	23,32
80	44,0	1520	93,0	6793	1,70	22,9	0,258	24,77
90	46,7	1713	98,6	7636	1,70	22,9	0,291	27,93
100	49,2	1901	104,0	8495	1,80	21,8	0,342	29,16

Observation. Si la machine est calculée pour marcher à une pression autre que celle de 4 atmosphères indiquée ci-dessus, on devra multiplier la surface des pistons par le rapport inverse de ces pressions.

Ainsi pour 3 atmosph. on multipliera par 4/3 =1,333
— 3,50 — — 4/3,5=1,143
— 4,50 — — 4/4,5=0,889
— 5 — — 4/5 =0,800

Ex. : Soit une machine de 20 chevaux devant fonctionner à trois atmosphères. On a

pour le petit piston : $s = 523^{c.q.} \times 1,333 = 697^{c.q.} = \frac{\pi d^2}{4}$,

$$\text{d'où } d = \sqrt{697 \times 0,7854} = 23^{c}38,$$

et pour le grand piston $S = 2333 \times 1,333 = 3110^{c.q.} = \frac{\pi D^2}{4}$

$$\text{d'où } D = \sqrt{3110 \times 0,7854} = 50^{c}11.$$

On suppose d'ailleurs que la vitesse de ce piston reste la même que celle indiquée.

Le poids de vapeur indiqué correspond au volume total du petit cylindre obtenu en multiplant le volume total engendré par son piston et exprimé en mètres cubes par le nombre de coups simples en 1′, et par le poids d'un mètre cube de vapeur à la pression de 4 atmosphères = $2^{k}096$. Pour la dépense d'eau évaporée, il faut ajouter à cette quantité au moins un dixième pour les pertes, refroidissements, etc.

Ex. : Pour la machine de 20 chevaux, le volume engendré par le petit piston étant de $0^{m.c.}057$ à chaque course, et le nombre de coups simples par 1′ étant de $30 \times 2 = 60$, on a :

$$0,057 \times 60 \times 2^{k}096 = 7^{k}17.$$

pour le poids de vapeur correspondant, et avec le dixième la dépense de vapeur par 1′ devient = 8^{k} environ.

Rappelons que, lorsque la pression de la vapeur est à 3 atmosph. seulement, le poids du mètre cube = $1^{k}611$

à 3 1/2	—	—	—	= $1^{k}855$
à 4 1/2	—	—	—	= $2^{k}334$
à 5	—	—	—	= $2^{k}568$

Régulateur a force centrifuge ou pendule conique de Watt. — Le régulateur à boules (fig. 115) est employé dans les machines à vapeur et avec moins de succès dans les roues hyrauliques, pour régulariser leur vitesse.

Cet appareil reçoit son mouvement, par des engrenages ou des poulies, de l'arbre même du volant de la machine à vapeur, et l'élévation ou la descente des boules produit l'ouverture plus ou moins grande du robinet de vapeur. Lorsque, par exemple, la vitesse de la machine se ralentit, le poids des boules ne se trouvant plus en équilibre avec la force centrifuge dont elles sont animées, les fait rapprocher ; dans ce mouvement, les bras qui supportent les boules glissent le long d'un axe vertical, et font marcher une douille qui, par une combinaison de leviers, fait ouvrir la valve ou le robinet d'introduction de vapeur, pour augmenter la vitesse du moteur. Quand, au contraire, la vitesse de la machine dépasse la vitesse de régime, la force centrifuge des boules l'emporte sur leur poids, et elles s'écartent; la douille marche alors en sens contraire et fait fermer d'une certaine quantité l'ouverture du robinet.

La transmission du mouvement est établie de telle sorte que, pour la limite supérieure de la vitesse que la machine ne doit jamais dépasser, la valve entièrement fermée empêche à peu près complétement l'entrée de la vapeur; tandis que, pour la limite inférieure de la même vitesse, cette valve laisse l'ouverture complétement libre.

Dans les roues hydrauliques où l'on a à mouvoir des vannes très-lourdes, l'application du régulateur à boules

n'a pas assez d'influence, et, au lieu de faire agir directement l'action des boules sur la vanne, on établit une griffe d'embrayage intermédiaire.

La vitesse des boules du régulateur est généralement comprise entre 25 et 67 révolutions par minute ; la règle pour donner aux boules une vitesse déterminée consiste à multiplier la vitesse de l'arbre du volant en une minute par le diamètre de la poulie montée sur l'axe du volant, et à diviser ce produit par la vitesse de l'axe du régulateur.

Ex. : L'arbre du volant d'une machine fait 20 tours par minute, le diamètre de la poulie montée sur cet arbre $= 0^m45$; quel doit être le diamètre de la poulie montée sur l'axe du modérateur pour lui communiquer une vitesse de 40 tours par minute ?

$$D = \frac{20 \times 0,45}{40} = 0^m225,$$ diamètre de la poulie du régulateur.

Le régulateur à force centrifuge peut s'assimiler à un pendule simple dont la longueur est égale à la distance du point de suspension au point horizontal passant par les centres des boules, et la durée d'une révolution entière des boules équivaut à la durée d'une oscillation complète de pendule.

La distance verticale h du point d'attache d'un régulateur au plan horizontal, passant par les centres des boules, s'obtient par la règle suivante :

Divisez le nombre constant 89478 *par le carré du nombre n de révolutions des boules par minute, le résultat exprimera la hauteur en centimètres du pendule conique.*

Ex. : Quelle est la hauteur verticale d'un modéra-

teur dont les boules font 40 révolutions par minute ?

La formule est $h = \frac{89478}{n^2}$; or, $40 \times 40 = 1600$

et $h = \frac{89478}{1600} = 56$ centimètres, hauteur cherchée.

L'angle que les branches du régulateur font avec l'axe est ordinairement de 30° quand les boules marchent avec la plus petite vitesse. Sous cet angle, on détermine la longueur à donner aux branches, c'est-à-dire la distance du point d'attache au centre des boules ou le rayon du régulateur, par la règle suivante :

Divisez le nombre constant 103320 *par le carré du nombre* n *de révolutions de l'axe du régulateur par minute, le quotient exprime la longueur* l *des branches en centimètres*, d'où la formule : $l = \frac{103320}{n^2}$.

Ex. : L'axe du régulateur fait 40 révolutions par minute, quelle doit être sous l'angle de 30° la longueur des branches ?

$$l = \frac{103320}{1600} = 64^c57, \text{ longueur des branches.}$$

Connaissant la longueur l des bras d'un régulateur, on déterminerait le nombre n de révolutions des boules en 1′ sous un angle de 30° en divisant le nombre constant 103320 par la longueur donnée en centimètres, et en extrayant la racine carrée du quotient ; d'où la formule :

$$n = \sqrt{\frac{103320}{l}}$$

Ainsi, dans le cas d'une longueur $l = 64^c57$,

on aurait $n = \sqrt{\frac{103320}{64,57}} = 40$ révolutions par minute.

Puissance des boules. — La force centrifuge d'un corps dont le poids est connu, et qui se meut avec une vitesse uniforme dans un cercle de diamètre déterminé, a une puissance qui se détermine par la règle suivante :

Multipliez le carré du nombre de révolutions en 1 minute par le diamètre en mètres du cercle décrit par le centre du corps, divisez le produit par le nombre constant 1789; *le quotient indiquera la puissance centrifuge dont est capable l'unité de poids du corps donné; en multipliant donc ce résultat par le poids total du corps, le produit exprimera la puissance centrifuge ou le poids total que le corps peut soulever en raison de cette force;*

Ex. : Quel poids soulèveront les boules d'un régulateur dans les conditions suivantes : leur poids réuni est de 10^k60, leur vitesse est de 40 révolutions par minute, et ces boules se meuvent dans un cercle de 0^m448 de diamètre.

$$40^2 = 1600 \text{ et } \frac{1600 \times 0^m448}{1789} = 0^k400.$$

Puis $0^k400 \times 10^k60 = 4^k24$, poids que les boules soulèvent en raison de leur propre poids et de leur vitesse.

On conçoit que le poids à donner aux boules doit varier suivant les résistances diverses qu'elles ont à vaincre, telles que les frottements des articulations des leviers, de la douille sur l'axe, du poids de la valve, du

robinet d'introduction, etc.; la somme de ces résistances étant connue servira à déduire le poids des boules.

VOLANTS. — L'emploi des volants est indispensable dans les machines à vapeur et dans la plupart des autres machines motrices; leur objet est d'emmagasiner, aux dépens de la puissance, la force d'impulsion qu'ils reçoivent du mouvement de la machine, afin de la lui restituer ensuite au moment où elle en a besoin, pour continuer sa marche avec régularité et précision.

Il est facile de reconnaître à l'inspection de la marche d'une machine à vapeur qu'il y a des points morts (aux extrémités des courses du piston) où la puissance seule de la vapeur sur le piston serait insuffisante pour entraîner la charge; c'est alors que l'énergie du volant vient en aide à la puissance pour surmonter ces obstacles.

Le principal but d'un volant est donc de régulariser l'action de la puissance, soit en l'aidant par instant pour vaincre les points morts, soit en devenant lui-même une résistance quand la charge devient inégale; ainsi, par exemple, dans une machine à vapeur qui est destinée à mettre en mouvement plusieurs machines en même temps, si, pour cause de réparations, quelques machines ne fonctionnent pas momentanément, la vitesse de la machine à vapeur serait loin d'être régulière, puisque la charge qu'elle aurait à entraîner est bien moindre que sa force réelle; c'est alors que l'énergie du volant tend à régulariser cette vitesse en lui présentant une résistance constante.

M. Poncelet donne la formule suivante pour déter-

miner le poids des volants, $P = \frac{4645 \times c \times N}{n \times V^2}$, dans laquelle on désigne par :

P le poids de l'anneau ou de la jante du volant,

V la vitesse à sa circonférence moyenne,

n le nombre de tours de l'arbre du volant par minute,

N la force de la machine en chevaux-vapeur,

c un coefficient qui varie avec le degré de régularité à obtenir.

On fait $c = 20$ à 25 pour les machines à vapeur qui n'exigent pas une grande régularité; $c = 35$ à 40 pour les filatures des cotons n°s 40 à 60; et $c = 50$ à 60 pour les filatures de numéros très-fins.

Cette formule conduit à la règle : *Multipliez le nombre constant* 4645 *par le coefficient choisi d'après la nature des produits à obtenir, et par la force en chevaux de la machine; divisez ce produit par le nombre de révolutions de l'arbre du volant en une minute et par le carré de la vitesse à la circonférence moyenne de l'anneau, le quotient est le poids de l'anneau du volant.*

Ex : Quel doit être le poids du volant d'une machine à vapeur à double effet pour des métiers filant des cotons dans les n°s 40 à 60, la force de la machine étant de 30 chevaux, la vitesse de l'axe du volant de 25 révolutions par minute, et son diamètre moyen 5^m5 ?

Pour ce cas $c = 35$.

La vitesse moyenne du volant $= \frac{3{,}14 \times 5{,}5 \times 25}{60}$ $= 7$ mètres environ,

et $P = \frac{4645 \times 35 \times 30}{25 \times (7^m0)^2} = 3981^k4$, poids de la jante.

On néglige d'ordinaire le poids du moyeu et des bras.

En divisant le poids trouvé 3981^k4 pour l'anneau par 7^k2, qui est la pesanteur spécifique de la fonte, le quotient 553 décimètres cubes représente le volume total de la jante; puis, en divisant ce volume par la circonférence moyenne du volant qui, dans l'exemple précédent, $= 3{,}14 \times 55^d$ ou 172^d7, le quotient de $\frac{553}{172{,}7}$ ou 3,2 représente en décimètres carrés la section de la jante; et si cette section est carrée, la racine carrée de 3,2 ou 1^d8 donne le côté de la section du volant.

Connaissant du reste l'étendue de la section, on peut lui donner toute forme rectangulaire, circulaire ou elliptique.

La règle précédente pour déterminer le poids des volants s'applique surtout aux machines à double effet sans détente.

Dans les machines à détente, on peut estimer, suivant le degré de la détente, que le poids de l'anneau du volant doit être, par force de cheval-vapeur, de 200 à 250 kilogrammes, dans les conditions de vitesse ordinaire de l'arbre de la manivelle qui reçoit le volant.

Dans les machines à basse pression, le diamètre du volant est ordinairement compris entre trois et quatre fois la longueur de la course du piston, et sa vitesse à la circonférence moyenne, quand il est placé sur l'arbre de la manivelle, est de 6 à 7 mètres par seconde.

On peut observer, d'après la règle précédente, que l'énergie du volant croît comme le carré de sa vitesse; aussi, quand cette énergie doit être considérable, on ne

place pas le volant sur l'arbre de la manivelle, mais on lui donne une vitesse accélérée par une transmission d'engrenage.

Estimation de la dépense de vapeur et de combustible. — La dépense de vapeur se détermine en multipliant le volume du cylindre (si la machine est sans détente), ou seulement la partie du volume du cylindre où arrive la vapeur à pleine pression, par l'espace parcouru par le piston dans une heure, puis par le poids de la vapeur selon sa pression.

Prenons pour exemple une machine à vapeur de 16 chevaux avec détente au quart, mais sans condensation; la pression de la vapeur étant de 5 atmosphères, la course du piston de $1^{m}10$, le nombre de coups simples du piston étant par minute 57,26, et le diamètre du cylindre portant 42 centimètres :

La surface du piston $= 0{,}785 \times 42^2 = 1385^{c.q.}45$;

Le volume de vapeur $= 1385^{c.q.}45 \times 27^{c.q.}5$ ou $38^{d.c.}120$ par coup de piston;

Et $38^{d.c.}120 \times 57{,}26 = 2182^{d.c.}75$, volume de vapeur dépensé par minute;

Puis $2182^{d.c.}75 \times 60 = 130965$ litres par heure;

Or, 1 mètre cube de vapeur à 5 atmosphères, d'après la table, p. 233, pèse $2^{k}568$;

Et le poids total de la vapeur dépensé dans 1 heure $= 130965^{l} \times 0^{k}002568 = 336^{k}$.

La dépense du combustible se détermine en divisant la dépense de vapeur par le pouvoir calorifique d'un kilog. de houille.

Or, on sait qu'un kilog. de bonne houille réduit moyennement en vapeur 6 kilog. d'eau.

Donc, dans l'exemple précédent, la dépense de charbon pour les 16 chevaux serait :

$\frac{336}{6} = 56$ kilog., et pour chaque cheval-vapeur cette dépense serait $\frac{56}{16} = 3^{k}5$; mais à cause des fuites de vapeur, il faut au moins compter sur une dépense de 4 kilog. de houille par force de cheval pour ce système.

Estimation de la force des moteurs. — Frein de Prony. —L'estimation de la puissance des machines à vapeur et des roues hydrauliques, comme de la force motrice qu'exigent les machines en général, se vérifie exactement à l'aide du frein de Prony.

Cet appareil, qui est fondé sur l'équilibre du frottement et de la charge à soulever, consiste à fixer d'une manière invariable et aussi concentriquement que possible, sur l'arbre principal du moteur, une poulie en fonte en deux parties que l'on réunit par des boulons. On embrasse ensuite la gorge de cette poulie *a* (fig. 116) par deux mâchoires *b, c,* dont le serrage sur la poulie est augmenté à volonté par des boulons avec écrous à oreilles. La mâchoire inférieure *b* porte un long levier à l'extrémité duquel est suspendu un plateau *d* avec des poids ; on connaît d'avance la force pour laquelle la machine a été livrée, il ne reste qu'à charger le plateau des poids nécessaires pour que cette charge, combinée avec le bras du levier, donne en kilogrammètres un produit égal à celui de la puissance de la machine.

Lorsque l'appareil du frein est placé sur l'arbre principal de la machine à vapeur ou de la roue hydraulique, qu'on a disposé préalablement un baquet conte-

nant une dissolution de savon et d'eau pour alimenter constamment, par une petite pompe ou un entonnoir, la surface flottante de la poulie en fonte, et qu'on a eu le soin d'équilibrer le poids de l'appareil de manière à ce qu'on n'ait qu'à s'occuper des poids placés dans le plateau, on met la machine ou la roue en mouvement en ouvrant successivement le robinet d'introduction de vapeur ou la vanne. La machine acquiert bientôt une vitesse qui dépasse celle pour laquelle elle a été livrée; on serre alors peu à peu les écrous à oreilles pour augmenter le frottement des mâchoires sur la poulie en fonte. A mesure que le frottement augmente, la vitesse de la machine diminue; on ouvre alors complétement le robinet de vapeur pour ramener la machine à sa vitesse. Enfin, au bout de quelques instants, lorsque le frottement des mâchoires sur l'arbre est tel que le levier se soulève au-dessus de la direction horizontale, que la machine est à sa vitesse de régime et à la pression de vapeur déterminée, il y a équilibre entre la puissance de la machine et la charge du levier, et on en conclut évidemment que la machine développe la puissance en chevaux pour laquelle elle a été livrée. En augmentant successivement la charge du levier par l'addition de poids dans le plateau, on se rend compte de la force réelle maximum de la machine; de même, si le moteur n'a pas la force voulue, en retirant successivement des poids du plateau, on reconnaît la force qui lui manque pour avoir la puissance convenue.

Calcul du frein. — On détermine le poids qui doit faire équilibre à la force de la machine, connaissant la longueur du bras de levier ou le rayon du levier du frein

depuis le centre de l'arbre jusqu'au point de suspension du plateau, et la force nominale en chevaux, par la règle suivante : *Multipliez la force nominale en chevaux par* 4500, *divisez ce produit par la circonférence du levier et par le nombre de révolutions par minute; le quotient est le poids cherché.*

Prenons pour exemple une machine à vapeur à détente au quart, de la force de 16 chevaux, devant faire 30 tours par minute; le rayon du frein = 3 mètres.

$$P = \frac{16 \times 4500}{6{,}28 \times 3^{m} \times 30} = 127^{k}4$$

Tel est le poids net à placer dans le plateau après avoir toutefois contre-balancé le poids du frein à l'aide d'un second plateau qui agit en sens inverse de ce poids, ou après avoir équilibré l'appareil du frein en le suspendant à son centre de gravité.

On calcule la puissance réelle maximum de la machine par la règle suivante : *Multipliez la circonférence du levier du frein par le nombre de révolutions de l'arbre par minute et par la charge du plateau, et divisez par* 4500, *le quotient exprimera la force de la machine.*

Ex. : Supposons que l'arbre d'une machine à vapeur fasse 30 révolutions par minute, le rayon du levier du frein = 3 mètres, le poids total placé dans le plateau = $127^{k}4$; quel est en chevaux-vapeur la force maximum de la machine?

$$F = \frac{6{,}28 \times 3^{m} \times 30 \times 127^{k}4}{4500} = 16 \text{ chevaux-vapeur.}$$

Cette vérification de la puissance ou de la résistance des machines par un frein qui présente une résistance

directe égale à la puissance ou à la résistance des machines est rationnelle; les différents coefficients que l'on adopte d'ordinaire pour calculer la force des machines ne sont qu'approximatifs; en effet, ils doivent nécessairement varier suivant le système, la confection et l'entretien des machines.

Machines a vapeurs combinées. — M. du Trembley a eu l'idée d'utiliser la chaleur que renferme la vapeur à la sortie du cylindre à la vaporisation d'un liquide plus volatil que l'eau, tel que : l'éther, le sulfure de carbone, le perchlorure de carbone et le chloroforme.

La vapeur d'eau, après avoir agi comme d'ordinaire sur son piston, est dirigée dans une capacité où elle est utilisée à vaporiser le chloroforme; cette vapeur agit à son tour sur un piston spécial, après quoi elle est condensée par de l'eau froide.

Ainsi on a pour force motrice la vapeur d'eau et la vapeur du chloroforme, dont l'action combinée vient se concentrer sur le même arbre de commande.

CHAPITRE X

COURS D'EAU. — ROUES HYDRAULIQUES

Dépenses d'eau par divers orifices. — Jauger un cours d'eau, c'est déterminer la dépense ou le volume d'eau qu'il fournit dans une seconde, et par suite dans un temps donné. Cette dépense varie suivant la vitesse de l'eau, la surface et la forme de l'orifice d'écoulement.

Vitesse a la surface. — La vitesse de l'eau à la surface d'un canal ou d'une rivière dont on veut déterminer la dépense, s'obtient en jetant dans le plus fort courant un ou plusieurs flotteurs de bois légers, sous forme de disques de 30 millimètres de diamètre environ; on observe alors, avec une montre à secondes, le temps que ces flotteurs mettent à parcourir une distance, prise aussi étendue que possible sur la partie la plus régulière du cours d'eau; puis on divise l'espace parcouru par le temps exprimé en secondes, le quotient donne en mètres la vitesse à la surface du courant.

Ex. : Supposons que l'espace parcouru par chacun des flotteurs soit de 50 mètres en 35 secondes; quelle est la vitesse à la surface du courant?

$$V = \frac{50}{35} = 1^{m}428.$$

Si la vitesse n'est pas la même dans toute la longueur du canal, on emploie, pour la déterminer en un lieu désigné, un moulinet ou une roue très-légère, dont les palettes trempent faiblement dans l'eau, puis on multiplie le nombre de révolutions qu'elle fait en une minute par sa circonférence moyenne, celle qui correspond au milieu de la partie plongée; le produit exprime alors l'espace parcouru dans une minute, et, en divisant par 60, on a la vitesse à la surface du courant par seconde.

Ex. : Supposons que le moulinet, dont la circonférence moyenne égale 1^m5, fasse 120 révolutions dans une minute; quelle est la vitesse du courant?

$$\frac{120 \times 1^m5}{60} = 3 \text{ mètres.}$$

VITESSE MOYENNE. — La vitesse obtenue précédemment n'est que celle à la surface du courant; or la vitesse moyenne, celle qui est nécessaire pour le jaugeage du cours d'eau, se déduit de la première en la multipliant par un coefficient qui varie de 0,75 à 0,90 pour des vitesses à la surface, comprises entre 0^m10 et 4 mètres.

Ex. : Quelle est la vitesse moyenne d'un courant dont la vitesse à la surface égale 3 mètres?

Soit V′ cette vitesse, elle égale $0{,}87 \times 3^m = 2^m61$.

La vitesse moyenne de l'eau dans un canal découvert à pente et à profil uniformes, se détermine par la formule suivante :

$$V' = 56{,}86 \times \sqrt{\frac{A}{S} \times \frac{H}{L}} - 0{,}072.$$

Cette formule exige que l'on fasse le nivellement exact de la surface des eaux sur une certaine longueur L aussi étendue que possible, que l'on mesure la surface A et le contour mouillé S du profil, enfin que l'on connaisse la pente H des eaux, correspondante à la longueur L.

Ex. : Quelle est la vitesse moyenne de l'eau dans un canal à section rectangulaire uniforme, présentant une largeur de $3^{m}50$, une profondeur de $1^{m}20$ sur une étendue de 140 mètres, avec une pente de $0^{m}08$?

La surface du profil ou $A = 3^{m}50 \times 1^{m}20 = 4^{m.q.}20$.

Le contour mouillé $S = 3^{m}50 + 2 \times 1{,}20 = 5^{m}90$.

$$V' = 56{,}86 \times \sqrt{\frac{4^{m.q.}20}{5{,}90} \times \frac{0{,}08}{140}} - 0{,}072, = 1^{m}065.$$

Ainsi, d'après cette formule, il faut, pour obtenir la vitesse du courant, *extraire la racine carrée des quantités placées sous le signe, puis multiplier cette racine par le coefficient* 56,86 *et retrancher du produit* 0,072.

JAUGEAGE D'UN CANAL A SECTION ET A PENTE UNIFORMES. — Connaissant la vitesse moyenne d'un canal à section régulière et à pente uniforme, on trouve sa dépense en 1″ par la formule suivante : $D = S \times V'$, dans laquelle D exprime la dépense par seconde, S la surface du profil du canal et V′ la vitesse moyenne.

Ex. : Quelle est le jaugeage d'un canal dont la surface du profil $= 4^{m.q.}20$, et dont la vitesse moyenne $= 1^{m}065$?

$$D = 4^{m.q.}20 \times 1^{m}065 = 4^{m.c.}473,$$

ou 4473 litres par seconde.

VITESSE AU FOND DES CANAUX. — La vitesse de l'eau au fond des canaux est plus faible encore que la vitesse moyenne.

En représentant par V la vitesse à la surface, par V′ la vitesse moyenne et par V″ la vitesse au fond du canal, on a la relation $V'' = 2\ V' - V$. C'est-à-dire que la vitesse au fond d'un canal est égale à 2 fois la vitesse moyenne, moins la vitesse à la surface.

Ex. : La vitesse à la surface d'un canal = 2 mètres, la vitesse moyenne = $1^m 35$, quelle est la vitesse au fond?

$$V'' = 2 \times 1^m 55 - 2 = 1^m 10.$$

Une trop grande vitesse au fond des canaux entraîne les matériaux, et c'est une cause de détérioration; une trop petite vitesse au contraire, en retenant les limons, devient une cause d'obstruction.

Le tableau suivant donne la limite que la vitesse de l'eau ne peut dépasser au fond d'un canal, suivant sa nature, sans le dégrader.

TABLE

DES VITESSES DE L'EAU AU FOND DES CANAUX.

NATURE DU FOND.	LIMITE DE LA VITESSE.
	mètres.
Terre détrempée, brune	0,076
Argile tendre	0,152
Sable	0,305
Gravier	0,609
Cailloux	0,614
Pierres cassées, silex	1,220
Cailloux agglomérés, schistes tendres	1,520
Roches en couches	1,830
Roches dures	3,050

MODULE DE PRONY. — Le produit d'une source quel-

conque peut encore se déterminer en barrant le cours d'eau dans toute sa largeur par des planches minces percées de trous de 20 millimètres de diamètre, disposés sur une même ligne horizontale : on débouche une partie de ces trous recouverts par des tampons, de manière à établir le niveau à une hauteur constante au-dessus du centre des orifices, et quand ce niveau est atteint sans varier, il sort, par les orifices découverts, le produit de la source.

La quantité d'eau écoulée par chaque orifice de $0^{m}02$ de diamètre pratiqué dans une planche de $0^{m}017$ d'épaisseur, et sous une charge d'eau sur le centre de $0^{m}03$, est de 20 mètres cubes par 24 heures.

— Un autre moyen de jauger un cours d'eau consiste à établir un barrage de vanne en déversoir, et à calculer la dépense en se basant sur les règles suivantes qui y ont rapport.

Vitesse et dépense de l'eau par les orifices de vannes et déversoirs. — Le plus ordinairement, dans les roues hydrauliques, l'écoulement de l'eau a lieu à l'air libre par des ouvertures de mince épaisseur, comme les vannes et déversoirs.

Dans le cas d'écoulement par un orifice à mince paroi, la vitesse théorique de l'eau suit la loi de la chute des corps et se détermine par la formule suivante :

$V = \sqrt{2\,g\,H}$, dans laquelle H indique la distance du niveau supérieur de l'eau au centre de l'orifice, et g exprime la vitesse que tout corps grave acquiert à la fin de la première seconde de sa chute. L'expression g étant constante et égale à $9^{m}81$, la formule précédente se

transforme ainsi : $V = \sqrt{19,62 \times H}$. Et la règle pour obtenir la vitesse consiste à *extraire la racine carrée du produit de la hauteur* H *par le nombre constant* 19,62.

Ex. : Quelle est la vitesse due à une épaisseur ou pression d'eau H = 3 mètres ?

$$V = \sqrt{19,62 \times 3^m} = 7^m67.$$

D'après cette règle, on peut observer que la vitesse que l'eau acquiert à la sortie d'un réservoir ou d'un vase en mince paroi, ne dépend que de la hauteur de la charge d'eau au-dessus du centre de l'orifice. Ainsi donc, pour augmenter cette vitesse sans changer le volume, il suffit d'augmenter la hauteur du vase ou réservoir aux dépens de ses autres dimensions qui n'ont aucune influence sur la vitesse.

De la formule précédente $V = \sqrt{19,62 \times H}$ on obtient la relation $H = \frac{V^2}{19,62}$ qui conduit à la règle suivante :

Divisez le carré de la vitesse par le nombre constant 19,62, *le quotient exprimera la hauteur ou pression d'eau correspondante à cette vitesse.*

Ex. : Quelle est la hauteur de charge d'eau au-dessus du centre de l'orifice de sortie, quand la vitesse d'écoulement = 7^m50 ?

$$H = \frac{56,25}{19,62} = 2^m867.$$

C'est en appliquant ces deux formules théoriques, que l'on a pu établir la double table suivante des vitesses correspondantes à diverses hauteurs, et réciproquement.

TABLE

EXPRIMANT EN MÈTRES LES VITESSES CORRESPONDANTES A DIVERSES HAUTEURS, ET RÉCIPROQUEMENT LES HAUTEURS CORRESPONDANTES A DIFFÉRENTES VITESSES.

HAUTEURS en mètres.	VITESSES correspondantes.	HAUTEURS en mètres.	VITESSES correspondantes.	VITESSES en mètres.	HAUTEURS correspondantes.	VITESSES en mètres.	HAUTEURS correspondantes.
mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.
0,01	0,45	1,80	5,943	0,01	0,00001	2,60	0,3346
0,05	0,99	1,90	6,105	0,10	0,00051	2,70	0,3716
0,10	1,40	2,00	6,264	0,20	0,00204	2,80	0,3996
0,15	1,715	2,10	6,419	0,30	0,00459	2,90	0,4287
0,20	1,981	2,20	6,570	0,40	0,00816	3,00	0,4588
0,25	2,215	2,30	6,718	0,50	0,0127	3,10	0,4899
0,30	2,426	2,40	6,862	0,60	0,0184	3,20	0,5220
0,35	2,620	2,50	7,003	0,70	0,0250	3,30	0,5551
0,40	2,802	2,60	7,143	0,80	0,0326	3,40	0,5893
0,45	2,972	2,70	7,279	0,90	0,0413	3,50	0,6244
0,50	3,132	2,80	7,412	1,00	0,0510	3,60	0,6606
0,55	3,285	2,90	7,542	1,10	0,0617	3,70	0,6978
0,60	3,403	3,00	7,672	1,20	0,0734	3,80	0,7361
0,65	3,600	3,25	7,985	1,30	0,0861	3,90	0,7753
0,70	3,705	3,50	8,288	1,40	0,0999	4,00	0,8156
0,75	3,836	3,75	8,577	1,50	0,1147	4,25	0,9207
0,80	3,964	4,00	8,859	1,60	0,1305	4,50	1,0322
0,90	4,208	4,25	9,14	1,70	0,1473	4,75	1,1501
1,00	4,430	4,50	9,40	1,80	0,1651	5,00	1,2744
1,10	4,645	4,75	9,66	1,90	0,1840	5,25	1,4050
1,20	4,852	5,00	9,91	2,00	0,2039	5,50	1,5420
1,30	5,050	5,25	10,146	2,10	0,2248	6,00	1,8351
1,40	5,241	5,50	10,385	2,20	0,2467	7,00	2,4978
1,50	5,425	6,00	10,847	2,30	0,2696	8,00	3,2624
1,60	5,603	6,50	11,289	2,40	0,2936	9,00	4,1290
1,70	5,775	7,00	11,716	2,50	0,3186	10,00	5,0975

CALCUL DES DÉPENSES D'EAU PAR LES VANNES. — Quand l'écoulement de l'eau se fait par le bas de l'orifice, la dépense est dite par une vanne (fig. 117).

La dépense théorique en une seconde par une vanne se calcule au moyen de la formule $D = l \times h\sqrt{2gH}$, dans laquelle l représente la largeur de l'orifice ouvert

exprimée en mètres, h sa hauteur verticale, et H la charge ou la distance du niveau supérieur de l'eau dans le réservoir, au centre de l'orifice; $\sqrt{2gH}$ exprime la vitesse. Cette formule conduit à la règle suivante :

Multipliez la surface de l'orifice par la vitesse due à la pression ou charge de l'eau, le produit exprimera en mètres cubes la dépense théorique en une seconde.

Ex. : Quel est théoriquement le volume d'eau dépensé en une seconde par une vanne dont l'ouverture porte 0^{m}80 de large sur 0^{m}20 de haut, la charge d'eau étant de 3 mètres?

$$D = 0{,}80 \times 0{,}20 \times \sqrt{19{,}62 \times 3} = 1^{m.c.}228.$$

En multipliant ce résultat par 1000, la dépense théorique serait de 1228 litres par seconde.

Mais la dépense réelle ou pratique diffère de la dépense théorique. La diminution de la dépense pratique, due à la contraction, résulte du rétrécissement de l'orifice par rapport aux dimensions du réservoir. Ce rétrécissement devient un obstacle qui s'oppose à ce que l'eau en s'échappant possède une vitesse égale à celle du courant. Toutefois, en ce qui concerne les vannes, la dépense pratique se rapproche d'autant plus du volume théorique, que l'on prend des dispositions pour que la contraction n'ait lieu que sur 3, sur 2, ou sur un seul côté de l'orifice. Ces dispositions nécessitent donc de multiplier la formule théorique par un coefficient variable suivant les cas de contraction.

Par suite, la formule pour la dépense réelle ou pratique en mètres cubes devient : $D = c \times l \times h \times \sqrt{2gH}$.

Or, 1° quand la contraction a lieu sur les quatre faces

de l'orifice, comme fig. 118, et que la vanne est verticale, le coefficient $c = 0,60$.

Ex. : Quelle est la dépense pratique en 1″ par une vanne dont l'orifice a 0m80 de large sur 0m20 de haut, avec une charge ou pression d'eau H = 3 mètres, dans la supposition d'isolemeut avec les parois du réservoir ou de contraction sur les quatre côtés ?

$$D = 0,60 \times 0^{m}80 \times 0^{m}20 \times \sqrt{19,62 \times 3^{m}} = 0^{m.c.}737,$$

ou $0^{m.c.}737 \times 1000 = 737$ litres par seconde.

2° Quand la contraction n'existe que sur trois côtés, comme fig. 119, c'est-à-dire lorsque le bas de l'orifice est de niveau avec le fond du réservoir, alors le coefficient $c = 0,63$.

Ex. : Quelle serait, dans le cas de contraction sur trois côtés, la dépense pratique, avec les données précédentes ?

$$D = 0,63 \times 0,80 \times 0,20 \times \sqrt{19,62 \times 3^{m}} = 0^{m.c.}773,$$

ou 773 litres par seconde.

3° Si la contraction est évitée sur deux côtés, comme fig. 120, où le bas et l'un des côtés de l'orifice sont dans le prolongement des côtés correspondants du réservoir, le coefficient c devient égal à 0,65.

Ex. : Quelle serait, dans ce cas et avec les données précédentes, la dépense réelle par seconde ?

$$D = 0,65 \times 0,80 \times 0,20 \times \sqrt{19,62 \times 3^{m}} = 0^{m.c.}798,$$

ou 798 litres par seconde.

4° Lorsque la contraction est évitée sur trois côtés, comme fig. 121, le multiplicateur $c = 0,69$.

Ex. : Quelle serait, dans le cas de contraction évitée sur trois côtés, la dépense pratique en supposant les données précédentes?

$$D = 0{,}69 \times 0{,}80 \times 0{,}20 \times \sqrt{19{,}62 \times 3^{m}} = 0^{m.c.}847,$$

ou 847 litres par seconde.

Ces dépenses sont calculées, en supposant la vanne placée verticalement, mais la dépense pratique se rapproche encore plus de la dépense théorique suivant le degré d'inclinaison que l'on donne au vannage.

5° Ainsi, le coefficient *c* devient égal à 0,75 dans le cas de contraction évitée sur trois côtés et dans la supposition de la vanne inclinée à 60 degrés, comme fig. 122.

Ex. : Avec les données précédentes, quelle serait la dépense, en supposant la vanne inclinée à 60°?

$$D = 0{,}75 \times 0^{m}80 \times 0{,}20 \times \sqrt{19{,}62 \times 3^{m}} = 0^{m.c.}921,$$

ou 921 litres par seconde.

6° Enfin, si l'on incline la vanne à 45°, comme fig. 123, et dans la supposition de contraction évitée sur trois côtés, le coefficient *c* devient égal à 0,80.

Ex. : Avec les mêmes données précédentes, et la vanne inclinée à 45°, quelle serait la dépense pratique?

$$D = 0{,}80 \times 0{,}80 \times 0{,}20 \times \sqrt{19{,}62 \times 3^{m}} = 0^{m.c.}982,$$

ou 982 litres par seconde.

En mettant en regard les variations qu'a subies la dépense pratique, par suite des dispositions adoptées pour le vannage, on arrive aux résultats suivants :

La dépense théorique étant de 1 mètre cube 228 ou 1228 lit. par seconde,

1° La dépense pratique devient successivement dans le cas d'une vanne verticale,	1° Contraction sur quatre côtés.	737	*id.*
	2° Contraction sur trois côtés..	773	*id.*
	3° Contraction sur deux côtés. .	798	*id.*
	4° Contraction sur un seul côté.	847	*id.*
2° *Id.*, en supposant la vanne inclinée,	5° Contraction sur un seul côté, inclinaison à 60°..........	921	*id.*
	6° Contraction sur un seul côté, inclinaison à 45°..........	982	*id.*

Cette variation de la dépense pratique, relative à un même problème, par suite des diverses dispositions que l'on peut apporter au vannage, fait bien apprécier les soins que l'on doit prendre en l'établissant, puisque la dépense pratique, qui, dans le premier cas, n'était que les 3/5 de la dépense théorique, s'est élevée aux 4/5.

De tout ce qui précède, on peut conclure que la dépense pratique se rapprochera d'autant plus de la dépense théorique que l'on se sera attaché à :

1° Diminuer la perte due à la contraction, en disposant le fond et les côtés de l'orifice de la vanne, dans le prolongement des parois du réservoir, ou raccordés avec ces parois par des contours arrondis;

2° Diminuer la perte due au frottement en inclinant la vanne aussi près que possible de la roue.

Largeur des vannes. — La formule pour déterminer la largeur d'un orifice de vanne, connaissant sa hauteur et le volume en mètres cubes à dépenser par seconde, se déduit de la formule de la dépense pratique $D = c \times l \times h \times \sqrt{2gH}$, de laquelle on tire largeur $= \frac{D}{c \times h \times \sqrt{2gH}}$, qui conduit à la règle suivante :

Divisez la dépense en mètres cubes par seconde par le

produit de la hauteur de l'orifice multipliant la vitesse due à la charge de pression d'eau et par un multiplicateur variable suivant le cas précité.

Ex.: Quelle est la largeur d'une vanne dans les conditions suivantes : la dépense par seconde D = $0^{m.c.}750$, $h = 0^{m}15$, et $H = 1^{m}25$, dans l'hypothèse de la contraction évitée sur 3 côtés, et de la vanne inclinée à 45°?

$$l = \frac{0^{m.c.}750}{0{,}80 \times 0^{m}15 \times \sqrt{19{,}62 \times 1{,}25}} = 1^{m}29.$$

La table suivante simplifie les calculs pour déterminer en litres la dépense d'eau effectuée par une vanne verticale d'une largeur quelconque lorsque la contraction est complète; il suffit, en effet, de chercher dans la table le nombre correspondant à la hauteur de l'orifice et à la charge sur son centre, et multiplier ce nombre par la largeur donnée de la vanne.



TABLE DES DÉPENSES D'EAU

EFFECTUÉES PAR UNE VANNE VERTICALE DE UN MÈTRE DE LARGE SOUS DIVERSES PRESSIONS, LA CONTRACTION ÉTANT COMPLÈTE.

OUVERTURES ou hauteurs verticales de la vanne en mètres.	DÉPENSES EN LITRES PAR SECONDE, POUR LES CHARGES OU PRESSIONS D'EAU DE									
	0m 10	0m 20	0m 30	0m 40	0m 50	0m 60	0m 70	0m 80	0m 90	1m 00
mètres.	litres.	litres.	litres.	litres.	litres.	litres.	litres.	litres.	litres.	litres.
0,05	44	62	76	88	98	107	116	124	131	138
0,06	53	75	91	107	117	128	139	148	157	165
0,07	61	86	106	122	136	148	161	172	183	192
0,08	69	98	120	139	155	170	184	196	207	219
0,09	78	109	135	155	174	191	208	220	236	246
0,10	86	122	149	173	193	212	228	246	259	272
0,11	94	133	164	189	212	230	249	267	284	299
0,12	102	145	178	206	230	251	272	291	309	326
0,13	110	157	192	222	249	272	294	314	334	352
0,14	119	168	206	238	267	292	316	338	359	379
0,15	126	179	220	255	285	312	338	361	384	405
0,16	134	190	234	271	304	330	360	385	409	432
0,17	142	201	248	287	322	350	382	414	434	456
0,18	150	213	262	304	340	370	403	432	459	484
0,19	158	223	276	324	358	392	425	454	483	510
0,20	167	235	291	337	377	414	447	485	509	536
0 21	»	247	305	354	396	431	470	512	534	563
0,23	»	274	334	388	434	472	515	550	585	616
0,27	»	318	392	454	509	559	594	645	688	724
0,29	»	340	421	487	546	602	649	693	735	777
0,31	»	364	449	521	583	635	694	741	787	831
0,33	»	388	477	555	622	676	737	789	839	884
0,35	»	415	507	588	659	717	782	837	889	938
0,37	»	436	534	622	696	758	826	885	940	984
0,39	»	462	564	653	734	798	872	933	991	1045
0,41	»	»	591	688	772	840	915	981	1042	1097
0,43	»	»	620	722	809	881	961	1028	1093	1151
0,45	»	»	649	754	847	920	1005	1076	1144	1204
0,47	»	»	677	787	885	961	1050	1124	1194	1257
0,49	»	»	706	820	922	1002	1095	1172	1245	1311
0,50	»	»	733	853	940	1023	1115	1194	1271	1337

SUITE DES DÉPENSES D'EAU

EFFECTUÉES PAR UNE VANNE VERTICALE DE UN MÈTRE DE LARGE SOUS DIVERSES PRESSIONS, LA CONTRACTION ÉTANT COMPLÈTE.

OUVERTURES ou hauteurs verticales de la vanne en mètres.	DÉPENSES EN LITRES PAR SECONDE, POUR LES CHARGES OU PRESSIONS D'EAU DE									
	1m10	1m20	1m30	1m40	1m50	2m00	2m50	3m00	3m50	4m00
mètres.	litres.	litres.	litres.	litres.	litres.	litres.	litres.	litres.	litres.	litres.
0,05	145	151	157	162	168	191	214	235	251	258
0,06	175	181	187	194	201	229	257	281	301	321
0,07	201	210	218	226	233	267	299	327	350	374
0,08	229	248	249	258	266	305	341	374	400	427
0,09	257	267	279	289	300	343	382	420	450	481
0,10	285	298	310	321	332	380	424	466	500	533
0,11	314	327	340	353	365	418	466	511	550	587
0,12	341	356	371	384	397	455	507	557	599	640
0,13	368	385	401	416	429	492	549	602	647	693
0,14	396	414	431	446	462	510	590	648	697	745
0,15	424	443	461	477	493	566	631	693	747	799
0,16	452	472	491	509	526	603	673	739	797	852
0,17	478	501	521	540	558	638	715	784	847	905
0,18	506	529	551	571	589	677	757	830	896	958
0,19	534	558	580	601	621	715	799	876	946	1011
0,20	562	586	610	627	654	753	841	922	996	1065
0,21	590	615	640	664	687	790	884	968	1046	1118
0,23	646	674	701	726	757	865	968	1060	1146	1224
0,27	758	791	823	853	883	1016	1136	1243	1345	1437
0,29	815	850	884	916	949	1092	1220	1337	1444	1544
0,31	871	909	945	980	1014	1167	1305	1429	1541	1650
0,33	927	969	1007	1013	1079	1242	1389	1521	1644	1756
0,35	983	1027	1067	1103	1145	1347	1473	1614	1743	1863
0,37	1040	1086	1128	1169	1210	1392	1557	1706	1843	1969
0,39	1096	1145	1189	1232	1276	1468	1641	1798	1943	2076
0,41	1152	1203	1250	1298	1341	1543	1725	1890	2042	2182
0,43	1208	1262	1311	1361	1407	1618	1809	1982	2142	2289
0,45	1265	1321	1372	1424	1472	1694	1894	2075	2241	2394
0,47	1321	1380	1433	1488	1537	1769	1978	2167	2341	2504
0,49	1377	1438	1494	1551	1603	1845	2062	2259	2440	2614
0,50	1405	1468	1525	1583	1635	1882	2104	2305	2190	2669

Ex. : Quelle est la dépense effectuée par l'orifice d'une vanne verticale de 1m60 de large, la hauteur de cet orifice étant de 0m 35 et la charge d'eau de 3 mètres, avec contraction sur tous les côtés?

On trouve dans la table, page 312, en regard de 0m 35 et dans la colonne correspondant à 3 mètres de charge, le nombre 1614; donc 1614 × 1m6 = 2582lit. 4, dépense pratique ou réelle.

Dans le cas où la contraction n'est pas complète, on devra multiplier les résultats trouvés au moyen de la table par :

1,035, si la contraction n'a lieu que sur trois côtés;

1,072, si la contraction n'existe que sur deux côtés; et 1,125, si la contraction n'existe que sur un côté.

Lorsque la vanne est inclinée, et que la contraction est nulle sur les côtés et le fond de l'orifice, on obtient la dépense réelle en multipliant les résultats donnés dans la table par :

1,23, si la vanne est inclinée à 60° ou à 1 de base sur 2 de hauteur; et 1,33, si la vanne est inclinée à 45° ou à 1 de base sur 1 de hauteur.

VANNE ACCOMPAGNÉE D'UN COURSIER. — Pour avoir pratiquement la vitesse de l'eau vers l'origine d'un coursier (fig. 124), lorsque la contraction a lieu sur 3 côtés et que la charge est assez forte, il faut multiplier la vitesse pratique due à la charge sur le centre par le coefficient 0,85.

Ex. : Quelle est la vitesse de l'eau vers l'origine d'un coursier, c'est-à-dire à la distance en aval de l'orifice d'une fois et demie à deux fois au plus sa plus petite dimension, dans le cas de contraction sur 3 côtés,

en supposant une charge sur le centre égale à 0^m80?

Le coefficient de la vitesse pratique égale dans ce cas 0^m62; or, la vitesse théorique = 3^m97.

La vitesse pratique = $3^m97 \times 0,62 = 2^m46$;

Et la vitesse à l'origine du coursier = $2^m46 \times 0,85 = 2^m09$.

La vitesse de l'eau à l'extrémité d'un coursier qui la conduit de la vanne à la roue hydraulique, dans le cas où l'étendue est assez faible et la pente assez grande, se détermine au moyen de la formule suivante :

$$V'' = V \times V'.$$

V'' exprime la vitesse à l'extrémité du coursier;

V la vitesse moyenne, calculée à l'origine du coursier et due à la pression H, $= \sqrt{2\,g\,H}$;

Et V' la vitesse due à la hauteur h indiquant l'inclinaison totale du coursier $= \sqrt{2\,g\,h}$.

La formule devient donc : $V'' = \sqrt{19,62 \times (H + h)}$.

Ex : Quelle est la vitesse à l'extrémité d'un coursier dont h, exprimant l'inclinaison, $= 0^m10$, et dont H correspondant à la vitesse modifiée dans l'exemple ci-dessus 2^m09, = 0,222? (Page 305.)

$$V'' = \sqrt{19,62 \times (0,222 + 0,10)} = 2^m51.$$

VANNES D'ÉCLUSES. — Lorsque des vannes verticales ont le seuil très-près du fond du radier d'amont, comme en général les vannes d'écluses, la dépense pratique en mètres cubes se détermine, pour le cas d'écoulement par un orifice découvert débouchant à l'air libre, par la formule : $D = c \times l \times h \times \sqrt{2\,g\,H}$, dans laquelle le coefficient $c = 0,63$.

Ex : Quel est le volume d'eau dépensée en 1 seconde par une vanne d'écluse dont l'orifice est ouvert à 0^m^40 de haut sur 0^m^90 de large avec une pression de 2^m^30 sur le centre?

$$D = 0,63 \times 0,90 \times 0,40 \times \sqrt{19,62 \times 2,30} = 1^{m.c.}521,$$

ou 1521 litres par seconde.

Dans les cas où deux vannes d'écluses, placées à moins de 3 mètres de distance, sont ouvertes en même temps, le coefficient c de la formule précédente devient moyennement égal à 0,55.

Ex : Quelle est la dépense pratique de deux vannes d'écluses, portant ensemble une largeur de 1^m^80, avec une ouverture verticale de 0^m^40 et une charge de 2^m^30? (Voir fig. 125.)

$$D = 0,55 \times 1,80 \times 0,40 \times \sqrt{19,62 \times 2,30} = 2^{m.c.}656,$$

ou 2656 litres par seconde.

Si l'écoulement n'avait pas lieu à l'air libre et que l'orifice fût noyé, le calcul serait le même; seulement H ne serait plus que la différence verticale $(h - h')$ du centre aux deux niveaux (fig. 126).

Calcul des dépenses d'eau par les orifices en déversoir. — Un orifice est dit en déversoir quand l'écoulement de l'eau se fait au-dessus du barrage (fig. 127).

Le volume effectif ou pratique de l'eau écoulée en une seconde par un orifice en déversoir se calcule par la formule :

$$D = c \times L \times H \sqrt{2\,g\,H},$$ dans laquelle :

D est la dépense en mètres cubes par seconde; le résultat multiplié par 1000 exprimerait des litres ou kil.

L est la largeur du déversoir en mètres.

H est l'épaisseur de la lame d'eau mesurée verticalement depuis le niveau supérieur du réservoir, un peu en amont, jusqu'à la saillie supérieure du déversoir.

c est un coefficient variable suivant l'épaisseur du filet ou de la lame d'eau.

Ce coefficient, pour le cas où la largeur du déversoir est supposée moindre que celle du réservoir, égale moyennement 0,39 pour des épaisseurs de lames d'eau comprises entre 0^m16 et 0,30 ; ce coefficient augmente sensiblement pour des épaisseurs plus faibles ; ainsi il égale 0,405 pour des filets d'eau de 0^m15 et au-dessous.

Enfin, si la largeur du déversoir diffère peu de celle du réservoir, ce coefficient devient 0,42.

1er *Ex.* : Quel est le volume d'eau écoulée en 1 seconde, par un déversoir dont la largeur supposée plus étroite que celle du canal d'arrivée = 2^m25, et dont la hauteur H de la lame d'eau = 0^m15?

$$D = 0{,}405 \times 2^m25 \times 0{,}15 \sqrt{19{,}62 \times 0{,}15} = 0^{m.c.}235,$$

ou 235 litres par seconde.

2e *Ex.* : Quelle serait dans les mêmes conditions la dépense, si la largeur du déversoir était sensiblement celle du canal d'arrivée ou du réservoir?

Pour le présent cas $c = 0{,}42$.

$$\text{Alors } D = 0{,}42 \times 2{,}25 \times 0{,}15 \times \sqrt{19{,}62 \times 0{,}15} = 0^{m.c.}244,$$

ou 244 litres par seconde.

On peut observer que la lame d'eau directement au-dessus de l'arête du déversoir a, en vertu de la courbe que suit le filet, une épaisseur *h* moins grande que H. Or, quand les localités ne permettent pas de mesurer H, il faut déduire cette hauteur en augmentant celle *h*, au-dessus du déversoir, de 1/4 environ. Ainsi H = *h*

$+0,25\,h$ ou $h+\frac{h}{4}$. Si l'on trouvait par exemple $h=0^m\,12$, alors H égalerait $0^m\,12 + \frac{0^m\,12}{4} = 0^m\,15$.

TABLE DES DÉPENSES D'EAU

EFFECTUÉES PAR DES ORIFICES EN DÉVERSOIR DE 1 MÈTRE DE LARGE SANS COURSIER, D'APRÈS LA FORMULE

$$D = c \times L \times H \times \sqrt{2\,g\,H}, \times 1000 \text{ en litres,}$$

DANS LAQUELLE LE COFFICIENT CONSTANT EST ÉGAL A 0,405

1. ÉPAISSEURS de la lame d'eau en centimètres au-dessus du déversoir.	2. VITESSE en mètres correspondante à ces hauteurs.	3. DÉPENSES en litres par seconde, sur un mètre de large.	1'. ÉPAISSEURS de la lame d'eau en centimètres au-dessus du déversoir.	2'. VITESSE en mètres correspondante à ces hauteurs.	3'. DÉPENSES en litres par seconde, sur un mètre de large.
centim.	mètres.	litres.	centim.	mètres.	litres.
5	0,99	20,0	33	2,54	340,0
6	1,085	26,2	34	2,58	355,6
7	1,17	33,1	35	2,62	371,3
8	1,25	40,5	36	2,65	386,9
9	1,33	48,4	37	2,69	403,7
10	1,40	56,7	38	2,73	420,1
11	1,47	65,4	39	2,76	436,9
12	1,53	74,3	40	2,80	453,9
13	1,60	83,7	41	2,83	470,9
14	1,65	93,5	42	2,87	488,3
15	1,71	103,8	43	2,90	513,7
16	1,77	114,7	44	2,94	523,5
17	1,82	125,3	45	2,97	541,6
18	1,88	137,0	46	3,00	559,8
19	1,93	148,5	47	3,03	577,9
20	1,98	160,3	48	3,07	596,8
21	2,03	172,6	49	3,10	615,2
22	2,07	185,0	50	3,13	633,2
23	2,12	197,4	51	3.16	653,3
24	2,17	211,0	52	3,19	672,6
25	2,21	223,7	53	3,22	691,8
26	2,26	237,9	54	3,25	711,8
27	2,30	251,5	55	3,28	731,7
28	2,34	265,0	56	3,31	751,8
29	2,38	279,5	57	3,34	771,9
30	2,42	294,0	58	3,37	792,5
31	2,44	307,1	59	3,40	812,9
32	2,50	324,6	60	3,43	833,5

Au moyen de cette table, on détermine la dépense d'eau effectuée en une seconde par un réservoir, quelle que soit sa largeur.

En effet, supposons que l'on veuille connaître la dépense d'eau en litres effectuée en 1″ par un déversoir de 2m50 de large, avec un filet d'eau de 22 centimètres; il faut multiplier le nombre 185 qui est en regard de 22, par la largeur du déversoir 2m50, et la dépense serait $185 \times 2{,}50 = 462^{\text{lit.}}5$.

Ce résultat serait exact pour un déversoir dont la largeur serait moindre que celle du réservoir; car, dans le cas où les largeurs seraient les mêmes, le résultat donné par la table serait trop faible; il faudrait alors le multiplier par le nombre constant 1,037.

Largeur d'un orifice en déversoir. — La largeur d'un déversoir dont on connaît la dépense en mètres cubes par seconde, et l'épaisseur du filet d'eau, se déduit de la formule précédente :

$$D = c \times L \times H \times \sqrt{2\,g\,H};$$

$$\text{d'où l'on a : } L = \frac{D}{c \times H \times \sqrt{2\,g\,H}}.$$

Ex. : Supposons une dépense d'eau par seconde égale à $0^{\text{m.c.}}244$, prenons $H = 0{,}15$ et $c = 0{,}42$.

$$L = \frac{0^{\text{m.c.}}244}{0{,}42 \times 0{,}15 \times \sqrt{19{,}62 \times 0{,}15}} = 2^{\text{m}}25.$$

Déversoir accompagné par un canal ou coursier. — Quand un déversoir est accompagné d'un canal ou coursier, horizontal ou légèrement incliné, et plus resserré que la largeur du déversoir, ce rétrécissement diminue sensiblement la dépense d'eau; alors le coeffi-

cient c, dont les valeurs données précédemment étaient 0,39, 0,405, 0,420, se modifie ainsi pour chacun des cas : 0,39 devient 0,31, 0,405 devient 0,324, et 0,420 devient 0,336.

Application : Quel est le volume d'eau écoulé en 1 seconde par un déversoir de 4 mètres de largeur égale à celle du réservoir, avec coursier horizontal, et une épaisseur de lame d'eau = 0m 12 ?

$$D = 0{,}336 \times 4 \times 0{,}12 \times \sqrt{19{,}62 \times 0{,}12} = 0^{m.c.}247,$$
ou 247 litres par seconde.

TUYAUX DE CONDUITE DES EAUX. — Les formules employées pour l'établissement d'une conduite d'eau régulière par des tuyaux cylindriques, sont les suivantes :

$$V = 53{,}58 \sqrt{\frac{d\,J}{4}} - 0{,}025,$$

$$\text{et } D = S\,V = \frac{\pi\,d^2}{4} \times V.$$

Dans lesquelles V est la vitesse moyenne de régime ;

D, le volume en mètres cubes ;

d, le diamètre intérieur de la conduite ;

J, la pente par mètre, ou la longueur L de la conduite divisée par la différence de niveau de ses deux extrémités ;

Et S la section de la conduite.

Afin d'abréger les calculs, nous donnons la table suivante, au moyen de laquelle on peut résoudre rapidement les diverses questions relatives à l'établissement des conduites d'eau par des tuyaux cylindriques.

1er *Ex.* : Quelle est la pente à donner à une conduite de 0m 10 qui doit débiter 11 litres d'eau par 1'' ? Cette

charge, d'après la table, est de 0c10 ou 1mill. par mètre.

2e *Ex.* : Quel est le diamètre d'une conduite de 500 mètres de longueur, capable de débiter 168 mètres cubes d'eau par heure, la charge totale pouvant s'élever à 0m265?

On a 168m.c., ou 168,000lit. ÷ 60 × 60 = 46lit.65; dépense par seconde.

Et 0,265 ÷ 500m = 0c53, charge par mètre.

On trouve dans la table que le diamètre suffisant pour débiter cette quantité d'eau avec cette charge, est de 0m 25 ou 25 centimètres.

TABLE

RELATIVE A L'ÉTABLISSEMENT DES TUYAUX DE CONDUITE.

VITESSE moyenne en mètres par 1″.	DIAMÈTRE DES TUYAUX 0m 10.		DIAMÈTRE DES TUYAUX 0m 20.		DIAMÈTRE DES TUYAUX 0m 30.	
	DÉPENSES en litres par 1″.	CHARGES par mètre de longueur en centim.	DÉPENSES en litres par 1″.	CHARGES par mètre de longueur en centim.	DÉPENSES en litres par 1″.	CHARGES par mètre de longueur en centim.
0,10	0,8	0,02	3,1	0,01	7,07	0,01
0,20	1,6	0,07	6,3	0,03	14,14	0,02
0,30	2,3	0,15	9,4	0,07	21,20	0,05
0,40	3,1	0,25	12,6	0,12	28,27	0,08
0,50	3,9	0,38	15,7	0,19	35,34	0,13
0,60	4,7	0,54	18,8	0,27	42,41	0,18
0,70	5,5	0,73	22,0	0,36	49,48	0,24
0,80	6,3	0,95	25,1	0,47	56,55	0,31
0,90	7,0	1,19	28,3	0,59	63,62	0,40
1,00	7,8	1,46	31,4	0,73	70,7	0,49
1,20	9,4	2,09	37,7	1,04	84,8	0,69
1,50	11,8	3,24	47,1	1,62	106,0	1,08
1,80	14,1	4,64	56,5	2,32	127,2	1,55
2,00	15,7	5,71	62,8	2,85	141,4	1,90
2,20	17,2	6,89	69,1	3,45	155,5	2,30
2,50	19,6	8,88	78,5	4,44	176,7	2,96
2,80	22,0	11,11	88,0	5,56	197,9	3,70
3,00	23,6	12,74	94,2	6,37	212,1	4,25

Roues hydrauliques. — La chute d'un cours d'eau varie suivant les localités, et donne lieu à l'emploi de récepteurs ou roues hydrauliques qui, en raison de leurs dispositions, reçoivent les dénominations suivantes :

1° Roues pendantes montées sur bateaux et suspendues dans le courant même ;

2° Roues à aubes ou palettes planes recevant l'eau à leur partie inférieure, et se mouvant dans des coursiers qui les emboîtent sur une partie de leur développement ;

3° Roues à palettes courbes recevant également l'eau en dessous ;

4° Roues de côté recevant l'eau au-dessous du centre, et ayant leurs aubes parfaitement emboîtées dans un coursier circulaire à partir du point de prise d'eau ;

5° Roues dites à augets, ou en dessus, qui reçoivent l'eau à leur sommet ;

6° Roues à axe vertical désignées sous le nom de turbines, et pouvant marcher noyées dans l'eau à toute profondeur.

Roues pendantes. — On appelle ainsi les roues établies sur les cours d'eau, sans aucun barrage (fig. 128).

On suppose, dans ce système de roues qui sont ordinairement placées sur les flancs des bateaux-moulins, que l'eau agit sur une seule aube verticale, fuyant devant le liquide.

On détermine l'effet utile d'une roue pendante par la formule $F = 81{,}5 \times A V (V - v) v$, dans laquelle F représente le produit du poids qui serait soulevé à la circonférence moyenne de la roue par sa vitesse ou le che-

min parcouru dans une seconde; A la surface de la partie immergée de l'aube verticale; V la vitesse du courant à la surface; et v la vitesse du milieu de la partie immergée de l'aube verticale.

Ex. : Quel est l'effet utile d'une roue pendante dans les conditions suivantes : $A = 2^{m.q.}10$, $V = 1^{m}50$, $v = 1^{m}10$?

$$F = 81,5 \times 2^{m.q.}10 \times 1^{m}50\,(1^{m}50 - 1^{m}10)\,1^{m}10 = 112^{kgm.}959,$$

$$\text{ou } \frac{112,959}{75} = 1^{ch.\text{-}v.}50.$$

Tel serait l'effet pratique de chacune des roues, et, s'il y en a deux, leur puissance serait de 3 chevaux environ.

Dans ce système de roues, la hauteur des aubes ne doit pas être moindre que $0^{m}33$, ni plus grande que le quart du rayon de la roue; leur écartement à la circonférence extérieure est égal à leur hauteur.

La vitesse, au centre des aubes de la roue, égale moyennement les 0,4 de celle de l'eau à la surface du courant.

L'effet utile de ces forces est d'environ 0,30 de l'effet théorique.

En représentant par L la largeur des aubes, et par h leur hauteur, on arrive à la formule suivante tirée de la première :

$$L = \frac{F}{81,5 \times h \times V\,(V - v)\,v}.$$

Ex. : Déterminer la largeur des aubes d'une roue pendante dans les conditions suivantes : la roue doit

transmettre une quantité de travail F de 350 kilogrammètres, la hauteur $h = 0^m6$, la vitesse V du courant à la surface $= 2^m5$, la vitesse v au centre des aubes $= 0{,}4 \times 2^m5 = 1^m$.

$$L = \frac{350}{81{,}5 \times 0{,}6 \times 2{,}5\,(2{,}5 - 1^m)\,1^m} = 1^m9.$$

— Le calcul de l'effet utile des divers systèmes de roues verticales à palettes planes et courbes, des roues de côté ou à augets, et des roues horizontales dites turbines, peut se déduire de la force absolue du cours d'eau, que l'on modifie par un coefficient ou multiplicateur variable suivant le cas.

Ainsi, en représentant par F la force absolue d'un cours d'eau en chevaux-vapeur, par D le volume d'eau dépensé en mètres cubes par seconde, et par H la hauteur totale de la chute mesurée en mètres, on a la formule :

$$F = \frac{1000\,D\,H}{75},$$

c'est-à-dire que la force totale théorique d'un cours d'eau s'obtient en *multipliant le poids de l'eau qu'il dépense par la chute totale, et en divisant le produit par* 75.

Ex. : Déterminer la force totale théorique d'un cours d'eau dont la dépense est de $0^{m.c.}8$ par seconde, avec une chute de 4 mètres, mesurée verticalement du niveau supérieur du réservoir au niveau inférieur.

$$F = \frac{1000 \times 0^{m.c.}8 \times 4^m}{75} = 42^{ch.\text{-}v.}66.$$

— La plupart des établissements hydrauliques possèdent un barrage artificiel destiné à élever la chute de

l'eau et à augmenter considérablement la force naturelle du cours d'eau.

En effet, soit une rivière dont la dépense par seconde soit de 6 mètres cubes d'eau, et dont la vitesse soit aussi par seconde de $0^{m}85$.

La quantité de travail disponible de ce cours d'eau due à sa force vive sera exprimée par $\frac{6000^{k}}{2 \times 9{,}81} \times (0{,}85)^2 = 232^{kgm.}$ ou $3^{ch.v.}09$.

Supposons que l'on établisse un barrage qui, à l'endroit de l'usine, élève le niveau de l'eau pour lui donner une chute de 2 mètres, alors la quantité de travail disponible pour un poids d'eau de 6000^{k} tombant d'une hauteur de chute de 2 mètres sera $6000^{k} \times 2^{m} = 12000^{kgm.}$ ou 160 chevaux.

Ainsi la puissance du cours d'eau, par l'établissement du barrage, est devenue cinquante fois environ plus forte que dans le cas où l'on utilise simplement la vitesse de l'eau dans son lit naturel.

Roues a palettes planes. — L'effet utile de ces roues dépend de leur établissement.

1° S'il s'agit d'une roue à aubes planes placée dans un coursier mal exécuté, où les aubes aient un jeu d'environ $0^{m}04$ à $0^{m}05$ en tous sens (fig. 129), avec une vanne verticale placée très-loin de la roue, l'effet utile n'est que 0,20 du travail absolu, et se détermine moyennement par la formule :

$$F = \frac{200 \text{ D H}}{75}.$$

Ex. : Déterminer l'effet utile ou réel d'une roue placée dans les conditions précédentes, dont la dépense

calculée d'après les formules posées = $0^{m.c.}38$ par seconde, en supposant une chute totale de 1^m5.

Effet utile $F = \frac{200 \times 0^{m.c.}38 \times 1^m5}{75} = \frac{114^{kgm.}}{75}$ ou $= 1^{ch.-v.}52$.

2° Si les aubes de la roue à palette précédente ont un jeu qui ne dépasse pas 0^m03 dans le coursier, l'effet utile s'élève moyennement à 0,30 de l'effet moteur, et la formule devient alors : $F = \frac{300 \text{ D H}}{75}$.

Ainsi, dans les conditions de dépense et de chute données dans l'exemple précédent, l'effet utile de la même roue serait $F = \frac{300 \times 0^{m.c.}38 \times 1^m5}{75} = \frac{171^{kgm.}}{75}$ ou $2^{ch.-v.}28$.

3° Lorsque la roue à palettes planes est emboîtée exactement sur une partie de la chute par un coursier concentrique à la roue, et que l'orifice de vanne est incliné près de la roue (fig. 130), l'effet utile devient les 0,40 de l'effet théorique, et la formule devient $F = \frac{400 \text{ D H}}{75}$.

La roue à palettes précédente aurait alors pour effet pratique $F = \frac{400 \times 0^{m.c.}38 \times 1^m5}{75} = \frac{228^{kgm.}}{75}$ ou 3 chevaux-vapeur.

4° Si l'eau est prise très-près du niveau supérieur dans le réservoir, le coefficient change et s'élève à 0,50 ; la formule pratique serait donc $F = \frac{500 \times \text{DH}}{75}$, et donnerait pour l'effet utile $F = \frac{500 \times 0,38 \times 1,5}{75} = \frac{285^{kgm.}}{75}$ ou $3^{ch.-v.}8$.

Ces résultats différents, obtenus suivant l'établissement des roues à palettes placées sur un même cours d'eau, témoignent assez des soins que l'on doit apporter à la construction du coursier et du vannage; en effet, nous voyons que la même roue, dans les mêmes conditions de dépense et de chute, possède successivement une puissance de $1^{ch.-v.}52$, $2^{ch.-v.}28$, $3^{ch.-v.}$, et $3^{ch.-v.}8$.

5° Roues de côté. — Enfin, lorsque la roue à palettes planes est parfaitement établie, quelle reçoit l'eau vers la hauteur de son axe et en déversoir, que le coursier qui l'emboîte jusqu'au sommet de la chute est bien concentrique à la roue, avec le seul jeu strictement nécessaire au passage des palettes (fig. 131), alors l'effet utile est sensiblement augmenté et peut moyennement s'estimer les 0,75 de l'effet moteur, et la formule devient :

$$F = \frac{750\ D\ H}{75}.$$

Application. Quel est l'effet utile d'une roue de côté, ainsi établie, en supposant une dépense de $1^{m.c.}20$ par seconde et une hauteur de chute $= 2^{m}475$?

$$F = \frac{750 \times 1,20 \times 2,475}{75} = \frac{2227^{kgm.}}{75} \text{ ou } 29^{ch.-v.}70.$$

Dimensions principales des roues de côté a aubes planes et a coursier circulaire. — Largeur de la roue. — Cette dimension, dans une roue hydraulique de ce système, et lorsque l'orifice est formé par une vanne en déversoir, doit être calculée pour effectuer la dépense d'eau avec des épaisseurs de lames d'eau de $0^{m}20$ à $0^{m}25$.

Or, en admettant une dépense moyenne de 1300 litres par seconde, et une épaisseur d'eau de 0^m24, on peut voir, page 317, qu'à cette hauteur d'orifice correspond une dépense de 211 litres par seconde pour un orifice d'un mètre de large ; donc la largeur à donner à l'orifice et à la roue est $1300 : 211 = 6^m16$.

Diamètre de la roue. — La grandeur d'une roue hydraulique de ce genre dépend de la chute ; le rayon pour des chutes de 2 à 3 mètres doit égaler au moins la hauteur moyenne de la chute, augmentée de deux fois l'épaisseur de la lame d'eau au-dessus de la vanne plongeante [1].

Ainsi, en supposant la chute limitée à 2^m575 et la lame d'eau à 0^m24, le rayon serait de $2^m575 + 2 \times 0{,}24 = 3^m05$, et le diamètre de la roue aurait 6^m10.

Vitesse de la roue a la circonférence. — On doit moyennement donner à la roue une vitesse égale à moitié de celle due à l'épaisseur de la lame d'eau ; or, la vitesse, voir page 305, qui correspond à une ouverture de $0^m24 = 2^m17$; il résulte que la vitesse à la circonférence extérieure de la roue doit être de 1^m10 à peu près.

Par suite, on déterminerait le nombre de tours que la roue doit faire dans une minute par la formule :

$$n = \frac{60 \times v}{2\pi \times R} \text{ ou } n = \frac{60 \times 1^m10}{6{,}28 \times 3{,}05} = 3^t44.$$

Telle est la vitesse de la roue motrice ; on calcule

(1) Dans les roues hydrauliques, le diamètre n'influe pas sur l'effet utile qui résulte de la chute et de la dépense d'eau. Si la roue a un diamètre plus grand, elle fait moins de tours ; si le diamètre diminue, la roue fait plus de tours : la vitesse dépend de celle de l'eau.

alors la transmission des engrenages, pour donner une vitesse de 120 tours par minute aux meules de $1^{m}30$ de diamètre, employées dans le système de mouture américain.

NOMBRE D'AUBES. — L'écartement des aubes sur la circonférence extérieure de la roue doit être moyennement de $0^{m}32$; en divisant donc la circonférence de la roue par cet écartement, le quotient sera de $\frac{19^{m}20}{0,32} = 60$ aubes.

Si l'on compare cet écartement $0^{m}32$ des aubes à l'épaisseur $0^{m}24$ de la lame d'eau, le rapport indique que cette distance des aubes doit, pour éviter le crachement de l'eau et les secousses qui en sont la conséquence, être d'environ 1/4 et même 1/3 en sus de la hauteur de l'orifice.

VOLUME OU CAPACITÉ DE CHAQUE AUBE. — La capacité renfermée entre 2 aubes consécutives, le coursier et les murs latéraux, doit égaler le double du volume d'eau dépensée.

En divisant la vitesse $1^{m}10$ à la circonférence extérieure de la roue par 0,32, écartement entre deux aubes, le quotient 3,43 exprime le nombre d'aubes contenues dans cet espace; puis en divisant la dépense totale 1300 litres en 1 seconde par ce nombre d'aubes, le quotient $\frac{1^{m.c.}300}{3,43}$ ou $0^{m.c.}379$ exprime le volume d'eau contenu dans chaque aube ou auget pendant la marche de la roue; mais la capacité de l'auget devant être double, sera de $0^{m.c.}758$.

PROFONDEUR DES AUBES. — Cette profondeur s'obtient en multipliant la largeur $6^{m}16$ de la roue par la

distance $0^{m}32$ de deux aubes consécutives, soit $1^{m.q.}97$, puis en divisant le volume $0^{m.c.}758$ d'une aube par cette surface $1^{m.q.}97$. Ainsi la profondeur de chaque aube égale $0^{m.c.}758 : 1^{m.q.}97 = 0^{m}384$. Cette hauteur doit être augmentée d'un sixième environ à cause des rétrécissements. Ces roues conviennent surtout aux chutes de $1^{m}30$ à $2^{m}50$, et peuvent marcher à des vitesses différentes sans nuire au maximum d'effet utile.

L'effet utile de cette roue serait :

$$F = \frac{750 \times 1^{m.c.}300 \times 2^{m}575}{75} = \frac{2510^{kgm.}}{75} = 33^{ch.-v.}5.$$

Détails de construction. — Coursier circulaire. — Le coursier dont la courbe intérieure doit être dressée parfaitement concentrique à la roue, à l'aide d'un faux arbre ou mieux de l'arbre même de la roue hydraulique, peut être établi en moellons ou en briques, et même en bois au moyen de madriers cintrés placés de distance en distance et sur lesquels on fixe les planches qui forment la surface courbe du coursier; mais la construction la plus solide est en maçonnerie de pierres de tailles solidement assises sur un massif en moellons avec mortier de chaux hydraulique et ciment romain.

Il est essentiel de garantir cette maçonnerie en amont par un lit de terre glaise ou d'argile étendue d'eau, pour empêcher les infiltrations.

Roue. — Une roue ayant un diamètre de $6^{m}10$, et une largeur de $6^{m}16$, se compose de cinq croisillons répartis à égale distance sur la largeur de la roue et portant chacun 8 bras. Ces croisillons sont fortement fixés sur l'arbre par des coins. Chaque couronne com-

porte 8 jantes ou segments assemblés entre deux bras, et traversés par autant de saillies ou bracons que la roue doit recevoir d'aubes.

Aubes. — Les aubes, au lieu d'exister sur toute la profondeur, sont établies avec des contre-aubes inclinées; ces dernières, placées au fond, forment environ un angle de 45 degrés avec le plan des aubes sur lequel elles s'appuient, et à peu près le même avec les secondes contre-aubes, qui alors sont cylindriques, puisqu'elles s'appliquent contre le pourtour extérieur des couronnes. On évite par cette disposition le choc produit par la chute de l'eau qui, en sortant de l'orifice, tend à se projeter le long de l'aube et à frapper la contre-aube cylindrique qui lui est perpendiculaire.

Roues a augets. — Les roues à augets approchent beaucoup par leur disposition des roues de côté; cependant elles ne sont pas ordinairement emboîtées dans un coursier circulaire; elles se composent de deux couronnes ou joues parallèles ouvertes extérieurement, mais fermées intérieurement par un fond qui empêche l'eau de couler vers l'axe. Les palettes ou aubes sont angulaires ou courbes, et l'espace compris entre deux aubes et les couronnes s'appelle auget (fig. 132).

Le nombre des augets est déterminé par la grandeur de la roue, leur écartement est de 0^m30 à 0,35 à la circonférence extérieure de la roue; leur hauteur dans le sens du rayon est aussi de 0^m30 à 0^m35. En divisant la circonférence de la roue par l'une de ces dimensions, le quotient exprime le nombre des augets.

Pour tracer le profil des augets, il faut, par tous les points de division obtenus sur le pourtour intérieur

de la roue, mener des rayons au centre; ces rayons coupent la circonférence intermédiaire, correspondante au milieu de la hauteur des aubes, en des points par chacun desquels on mène des lignes inclinées, formant avec le rayon un angle de 110°. On conserve une petite ouverture entre le fond d'un auget et l'aube supérieure pour l'expulsion de l'air.

Les roues à augets marchant à une vitesse qui n'excède pas 2 mètres à la circonférence, et avec une lame ou filet d'eau qui ne dépasse pas 5 à 8 centimètres d'épaisseur, rendent 0,70 à 0,75 de l'effet théorique quand les augets ne sont remplis qu'à moitié de leur capacité; ce rapport diminue sensiblement et devient 0,60 à 0,65, lorsque la vitesse de la roue est plus grande et que les augets sont remplis au delà des 2/3 de leur capacité.

Ex. : Quel est l'effet utile d'une roue à augets recevant l'eau au-dessus du sommet, dans la supposition d'une dépense de $0^{m.c.}380$ et d'une chute totale de $6^{m}50$ (du niveau supérieur au niveau inférieur), en admettant que la vitesse à la circonférence de cette roue ne dépasse pas 2 mètres et que la capacité des augets ne soit qu'à moitié remplie?

Prenons le coefficient 0,75 pour le cas le plus favorable; alors la formule de l'effet utile devient :

$$F = \frac{750 \times DH}{75}, \text{ et en substituant}$$

$$F = \frac{750 \times 0^{m.c.}380 \times 6^{m}50}{75} = \frac{1852^{kgm}.5}{75} \text{ ou } 24^{ch.v.}7.$$

Si la vitesse de la roue dépassait 2 mètres à la circonférence extérieure des aubes et que la capacité de l'auget

fût remplie au delà des 2/3, le coefficient ne serait plus, dans le cas le plus défavorable, que 0,60, et l'effet utile serait représenté par $F = \frac{600\,DH}{75} = \frac{1482^{kgm.}}{75}$, ou 20 chevaux-vapeur.

DIMENSIONS PRINCIPALES DES ROUES A AUGETS. — LARGEUR DE L'ORIFICE. — La largeur de l'orifice pour des chutes dont le niveau ne varie pas au delà de $0^m 20$ à 0,30, et dans lequel cas il convient de faire arriver l'eau au sommet de la roue, se détermine, pour une disposition en déversoir, par la formule :

$$L = \frac{D}{c \times H\sqrt{2gH}},$$

dans laquelle D est la dépense disponible par seconde et H représente l'épaisseur de la lame d'eau.

Ex. : Quelle serait la largeur de l'orifice en déversoir pour une dépense de $0^{m.c.}380$ par seconde et une épaisseur $H = 0,22$? — Pour ce cas $c = 0,390$;

$$\text{alors } L = \frac{0^{m\,c.}380}{0,390 \times 0,22 \times \sqrt{19,62 \times 0,22}} = 2^m 13.$$

La largeur intérieure de la roue doit dépasser celle de l'orifice de $0^m 05$ de chaque côté, elle aurait $2^m 23$.

Mais si l'orifice était disposé avec vanne verticale et chargé sur le sommet, alors la formule pour déterminer la largeur de l'orifice deviendrait $L = \frac{D}{c \times h\sqrt{2\,g\,H}}$, dans laquelle h représente l'ouverture de la vanne,

H la charge d'eau sur le centre de l'orifice, et c pour une vanne verticale = 0,70.

En supposant donc D = 0$^{m.c.}$380, h = 0,12, et H = 0,80, la largeur de l'orifice de vanne serait :

$$L = \frac{0,380}{0,70 \times 0,12\sqrt{19,62 \times 0,80}} = 1^{m}14,$$

et la roue porterait alors une largeur intérieure de 1^{m}24.

Diamètre de la roue. — Le diamètre de la roue dépend de la hauteur de la chute, déterminée par le niveau moyen des eaux à diverses époques de l'année. Si le calcul d'observation donne une chute totale de 8 mètres, il faut défalquer de cette hauteur la charge d'eau sur le seuil, puis la pente à donner au coursier qui conduit l'eau sur la roue, enfin le jeu à laisser entre le coursier et la roue, et entre le bas de la roue et le fond.

Ainsi, en supposant une charge d'eau = 0,95, la pente du coursier = 0^{m}05, et en prenant 0^{m}03 pour le jeu en dessus et en dessous de la roue, il restera pour le diamètre de la roue 6^{m}97.

Vitesse de la roue. — On peut, dans les roues à augets de grand diamètre, sans craindre de trop s'écarter de l'effet utile maximum, adopter une vitesse, à la circonférence extérieure de la roue, variable entre V = 0,30 v et V = 0, 80 v, v représentant la vitesse de l'eau.

Par suite on détermine le nombre de tours que doit faire la roue dans une minute par la formule $n = \frac{60 \times V}{2\pi \times R}$ dans laquelle V est la vitesse de la roue, et R son rayon.

Ex. : Déterminer le nombre de tours d'une roue à augets de 3m48 de rayon, et possédant à la circonférence extérieure une vitesse de 2 mètres.

$$n = \frac{60 \times 2}{6{,}28 \times 3^{m}48} = 5^{t}49.$$

CAPACITÉ DES AUGETS. — La capacité de chaque auget doit être double du volume d'eau à dépenser comme pour les aubes de la roue de côté décrite précédemment. Les règles données à ce sujet s'appliquent ici.

Pour des volumes faibles d'eau de 100 à 150 litres, la profondeur des augets ou la largeur des couronnes peut être réduite à 0m18 ou 0m20. Pour des dépenses de 200 à 500 litres, la profondeur peut être de 0m24 à 0m30; et l'écartement des augets mesuré à la circonférence intérieure doit être de 1/4 à 1/5 en plus.

Ces roues, qui sont surtout employées pour des chutes au-dessus de 3 mètres, sont économiques à établir, par l'absence de coursier; mais leur emploi n'est pas avantageux pour des chutes à niveaux très-variables, et pour une dépense d'eau qui dépasse un demi-mètre cube par seconde.

ROUES A AUBES COURBES, MUES PAR DESSOUS. — Ces roues, qui reçoivent l'eau par un orifice de vanne, sont exactement emboîtées à leur partie inférieure dans une portion de cercle concentrique, dit coursier, qui est brusquement terminé par un ressaut pour faciliter le dégagement des eaux. Le fond du coursier et celui du réservoir sont dans le même prolongement, et le coursier porte toutes les dispositions indiquées précédem-

ment pour annuler toute perte résultant du frottement et de la contraction (fig. 133).

Ces roues, que l'on construit en bois ou en fer, sont accompagnées d'un vannage incliné à 45° ou à 60°. La pente du coursier est de 1/10 à 1/15 depuis l'orifice jusqu'au-dessous de la roue, afin de conserver à l'eau toute sa vitesse.

Les aubes courbes sont assemblées et retenues entre deux couronnes réunies à l'arbre par des rayons ou bras : les couronnes ont pour objet d'empêcher l'écoulement latéral de l'eau. Pour éviter le choc de l'eau, la courbure des aubes vient se raccorder tangentiellement à la circonférence extérieure des couronnes; l'écartement des aubes sur la circonférence égale ordinairement 0^m20 à 0^m25, lorsqu'elles sont en tôle, et 0^m30 à 0^m35 quand elles sont en bois. On entaille aussi les couronnes dans les joues du coursier, afin que l'eau ne rejaillisse pas sur leur épaisseur.

Le maximum d'effet utile correspond à une vitesse de la roue V=0,55 de celle de l'eau.

Le rapport d'effet utile à l'effet moteur = 0,65 quand les chutes sont au-dessous de 1^m30, avec une forte dépense d'eau et des ouvertures de vanne = 0,20 à 0,30; mais ce rapport diminue sensiblement pour des chutes au-dessus de 1^m50, et des ouvertures de vannes égales à 0^m08 ou 0^m12, et devient moyennement égal à 0,60.

Ex. : Quel est l'effet utile d'une roue à aubes courbes dont la charge sur le centre de l'orifice = 1^m25, l'ouverture de la vanne=0^m20, sa largeur = 1^m5, et l'inclinaison de la vanne = 45°?

Pour ce cas la formule F = 650 D H kilogrammètres.

Or, la dépense :

$$D=0{,}80 \times 1^{m}5 \times 0{,}20 \sqrt{19{,}62 \times 1{,}25}=1^{m.c.}188,$$

et $F=650 \times 1^{m.c.}188 \times 1^{m}25=965^{kgm.}$ ou $12^{ch.-v.}86$.

Rayon de la roue. — Connaissant la vitesse de l'eau due à la chute, on en prend les 0,55, ce qui donne la vitesse à la circonférence de la roue; on peut alors déterminer le rayon de la roue par la formule :

$$R=\frac{60 \times V}{n \times 2\pi}.$$

Ex. : Supposons que la vitesse de l'eau $v=4$ mètres, celle de V de la roue $=0{,}55 \times 4=2^{m}20$, et prenons n, nombre de tours de la roue dans une minute $=10$, le rayon de la roue sera :

$$R=\frac{60 \times 2{,}20}{10 \times 6{,}28}=2^{m}10.$$

Le diamètre des roues en dessous à aubes planes ou courbes dépend aussi des circonstances particulières à l'usine, et du nombre de tours que l'on veut faire faire à la roue. Il ne peut être au-dessous de trois fois la hauteur de la chute.

La largeur de la vanne se détermine par la formule :

$$L=\frac{D}{0{,}80\, h \times v}.$$

Or, en supposant, comme dans l'exemple précédent

$$D=1^{m.c.}188,\ h=0{,}20,\ \text{et}\ v=4^{m}95,$$

on obtient :

$$L=\frac{1^{m.c.}188}{0{,}80 \times 0{,}20 \times 4^{m}95}=1^{m}50.$$

La largeur de la roue porterait $1^{m}60$ pour le recouvrement.

TURBINES OU ROUES HORIZONTALES NOYÉES. — On appelle turbines des roues à axe vertical dont les palettes, ordinairement courbes, se meuvent par l'impulsion d'un filet d'eau qui, dirigé par des conduits directeurs sur ces courbes mobiles avec l'énergie de la vitesse due à la charge ou chute, fait alors tourner l'axe de la turbine. L'introduction de l'eau se fait par le centre, puis le liquide se projette obliquement en jets horizontaux, pour s'échapper à la circonférence extérieure de la roue (fig. 134).

D'après les expériences de M. Morin, les turbines centrifuges établies par M. Fourneyron rendent en effet utile les 0,70 à 0,78 de l'effet moteur.

Ces nouvelles roues, qui occupent peu de place, pèsent peu et tournent noyées dans l'eau à une grande profondeur et à toutes vitesses, peuvent être en usage pour les petites comme pour les grandes chutes.

La relation $F = 700\ D \times H$ est l'expression de l'effet utile en kilogrammètres des turbines Fourneyron, lorsque le nombre de tours n de la roue est compris entre :

$$n = \frac{3,3\ v}{R} \text{ et } n \times \frac{5,6\ v}{R},$$

v étant la vitesse due à la chute totale, et R le rayon extérieur de la turbine, lorsque la levée de la vanne atteint les deux tiers de la turbine.

Ex. : Déterminer l'effet utile moyen d'une turbine Fourneyron dans les conditions suivantes : la dépense d'eau $D = 0^{m.c.}8$ par seconde, la chute totale $= 1^{m}6$. $F = 700 \times 0^{m.c.}8 \times 1,6 = 896^{kgm.}$ ou 12 chevaux environ.

Parmi les turbines qui admettent l'eau à la fois su-

toute leur couronne, on distingue celles qui dégorgent l'eau par leur circonférence extérieure, de celles qui la laissent échapper en dehors. L'effet utile de ces roues varie de 0,55 à 0,65 de la force absolue du cours d'eau.

Dans ces roues, la dépense d'eau se calcule suivant les règles et tables citées plus haut. Pour les premières, appelées turbines centrifuges, on détermine leur diamètre intérieur en multipliant le 1/4 ou le 1/5 de la vitesse due à la chute totale par 785,4, puis on divise le volume d'eau à dépenser exprimé en litres par le produit obtenu, et on extrait la racine carrée du quotient.

Ex. : Supposons une chute de 2^m20, et une dépense d'eau de 800 litres par seconde. On sait, d'après la table (page 305), que la vitesse due à une hauteur de chute de $2^m20 = 6^m570$.

$$\text{On a alors } \frac{6,570}{4} = 1,642 \text{ et } \frac{6,570}{5} = 1,314.$$

Et par suite :

$$D = \sqrt{\frac{800}{785,4 \times 1,642}} = 0^m787,$$

$$\text{ou } D = \sqrt{\frac{800}{785,4 \times 1,314}} = 0^m874,$$

tel est le diamètre intérieur du réservoir cylindrique qui surmonte la turbine.

On ajoute 4 à 5 centimètres pour le diamètre intérieur de celle-ci, ce qui donne :

$$D' = 0^m82 \text{ à } 0^m91.$$

Le diamètre extérieur est égal au diamètre intérieur multiplié par 1,25 à 1,45, et devient d'une part :

$$D'' = 1^{m}025 \text{ à } 1^{m}189.$$

Et de l'autre :

$$D'' = 1^{m}137 \text{ à } 1^{m}319.$$

Lorsque la chute et la dépense d'eau sont variables, on doit calculer les diamètres dans les différents cas, afin de pouvoir adopter les plus convenables pour établir le meilleur effet possible pendant la plus grande partie de l'année.

Si la variation est très-notable, il convient d'établir deux ou plusieurs turbines calculées pour les plus petites, les moyennes et les plus grandes dépenses.

La hauteur des aubes, c'est-à-dire la distance verticale des deux plateaux entre lesquels elles sont comprises, est habituellement le 1/5 ou le 1/4 au plus du rayon intérieur de la couronne.

Ainsi, dans le cas actuel, le diamètre étant 0,787 à 0,874, le rayon devient 0,3985 à 0,437, et, par suite, la hauteur des aubes = $0^{m}10$ à $0^{m}11$.

Les aubes étant de forme cylindrique, leur naissance est normale aux conductrices fixes qui dirigent l'eau vers elles, et forme, pour ces faibles dépenses d'eau, des angles de 68 à 70° avec la circonférence intérieure de la roue; c'est-à-dire que l'extrémité des conductrices forme avec cette circonférence un angle de 20 à 22°; lorsque les dépenses sont considérables, cet angle peut s'élever de 30 à 40°; ainsi, pour une dépense de 600 à 700 litres, il a été reconnu qu'il fallait un angle de 30° environ.

Pour le maximum de l'effet utile, la vitesse de la roue doit être égale à environ 0,70 de celle de l'eau; on peut, en pratique, s'écarter de 1/10 au delà de ce rapport de vitesse, et de 1/5 à 1/6 au-dessous sans diminuer notablement l'effet utile. L'écartement des aubes, compté sur la circonférence intérieure, est à peu près égal à la distance des plateaux de la turbine; toutefois, cet écartement n'excède pas 18 à 20 centimètres; les distances intérieures et extérieures des aubes sont d'ailleurs dans le rapport des diamètres de la roue (1).

(1) Le *Formulaire de l'Ingénieur-Constructeur*, par le même auteur, réunit en un carnet les formules, tables et données usuelles qui intéressent les agents-voyers, architectes, mécaniciens, ingénieurs et conducteurs de travaux.

FIN.

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE PREMIER.

ARITHMÉTIQUE.

CHAPITRE V.

TRANSMISSIONS DE MOUVEMENTS.

CHAPITRE VI.

ENGRENAGES.

CHAPITRE VII.

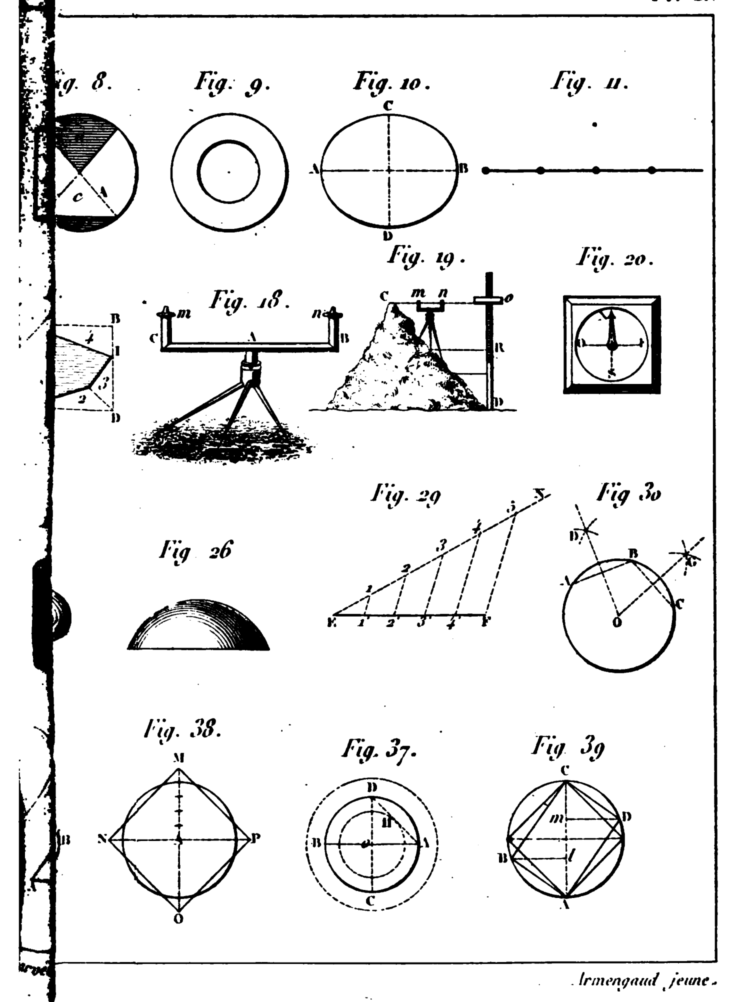
RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX.

CHAPITRE X.

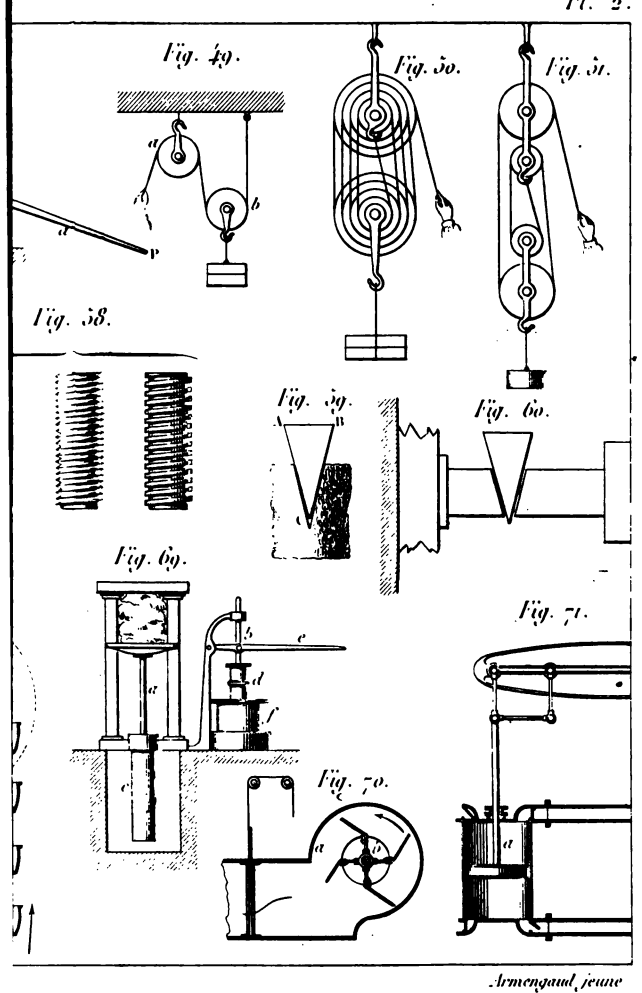
COURS D EAU. — ROUES HYDRAULIQUES.

Page

PARIS. — IMPRIMERIE DE J. CLAYE, RUE SAINT-BENOIT, 7.

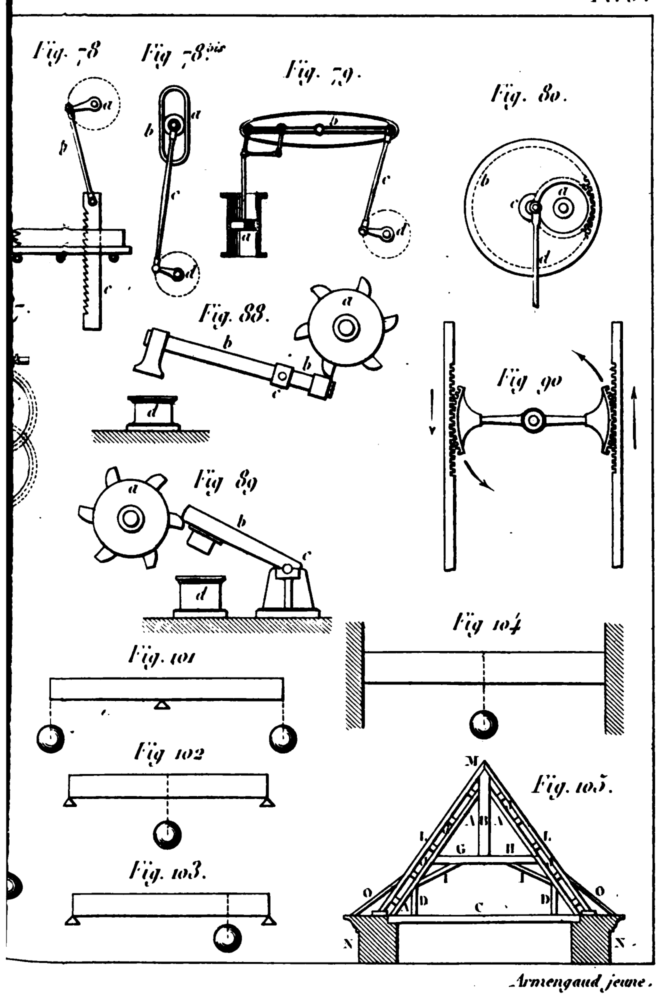


Armengaud jeune.

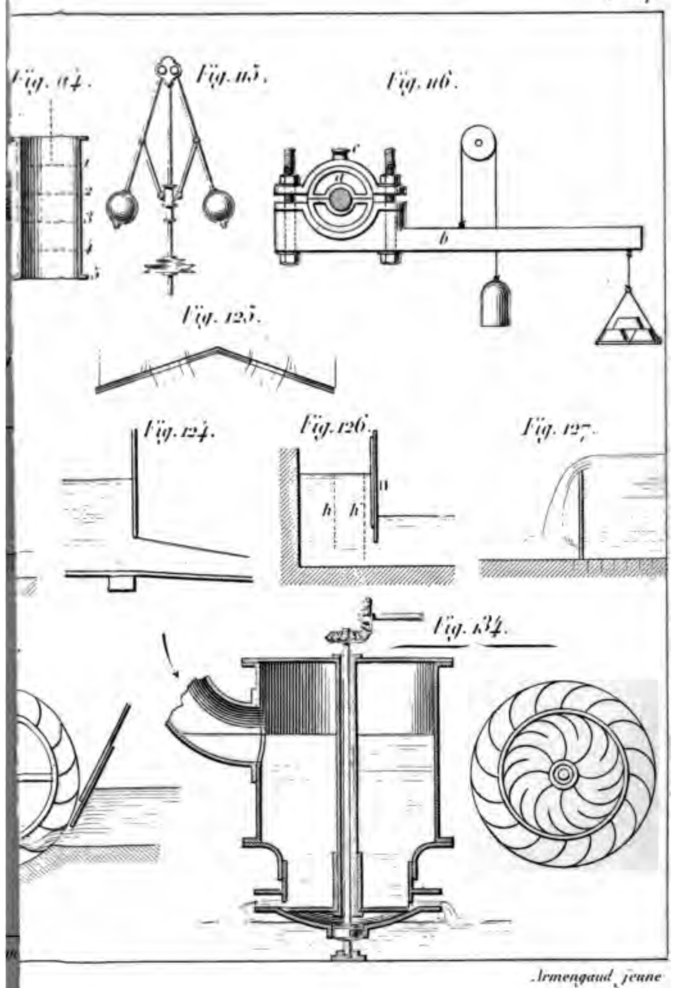


Armengaud, jeune

Pl. 3.



Armengaud jeune.



Armengaud jeune






AUG 3 0 1938

